

地下钢筋混凝土粮食筒仓仓壁变形及内力研究^{*}

陈桂香, 崔晨星, 付志永, 蒋敏敏

(河南工业大学 土木建筑学院, 郑州 450001)

摘要:根据柱壳有矩理论,考虑仓壁固定端带来的弯矩及剪力,推导了地下大直径钢筋混凝土筒仓在空仓最不利荷载工况下仓壁的变形和内力计算公式;使用 ANSYS 程序建立筒仓数值模型,模拟空仓最不利荷载条件下的变形和内力;将理论和数值计算结果与规范法和孙巍巍法的计算结果等进行对比分析。研究表明:筒仓仓底对仓壁上半部分的影响较小,对下半部分影响较大;考虑了仓底对仓壁变形和仓壁内力的影响,得出了仓壁变形和内力计算法,结果与模拟结果更接近。而规范法的圆柱壳无矩理论,得出的仓壁径向位移从仓顶到仓底沿仓壁逐渐增大,在仓底处达到最大值,仓壁环向应力为压应力,与实际情况和数值模拟结果差异较大。本理论可为地下大直径钢筋混凝土筒仓的设计提供参考。

关键词:地下筒仓;柱壳理论;径向位移;环向应力;边界条件

中图分类号:TU354;TU333

文献标识码:A 文章编号:1673-0836(2019)02-0458-07

Research on Deformation and Internal Force of Reinforced Concrete Underground Grain Silo Wall

Chen Guixiang, Cui Chenxing, Fu Zhiyong, Jiang Minmin

(School of Civil Engineering and Architecture, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, P.R. China)

Abstract: Based on bending theory of shell, theoretical result of deformation and internal force of silo wall under empty condition were derived, considering effect of bending moment and shear force at the fixed end of silo wall. Then numerical model of silo was simulated to study deformation and internal force of silo wall through ANSYS program. Research indicates that silo base has less impact on upper part of silo, while it has greater impact on lower part of silo. The proposed theoretical result considering the influence of silo base on deformation and internal force of silo wall is closer to numerical result. Results of the two methods are compared with code method and Sun's method. Code method result shows that radial displacement increases with depth, and the circumferential stress is compressive stress, which doesn't match with actual situation and numerical result. The proposed theory can provide more precise result for design of large underground reinforced concrete silo.

Keywords: underground silo; theory of cylindrical shell; radial displacement; circumferential stress; boundary conditions

0 引言

随着城市化的高速发展,地下空间的开发利用

规模也随之增大^[1]。利用地下空间储粮能实现仓体内温度恒定,克服了地上粮仓夏季仓温高、易导致粮食霉变和生虫的缺点,有效保证了粮食的品

^{*} 收稿日期:2018-10-21(修改稿)

作者简介:陈桂香(1976-),女,河南郑州人,博士,教授,博士生导师,主要从事结构优化设计、结构可靠度和工程风险管理等领域的教学与科研工作。E-mail:chen-guixiang@163.com

基金项目:国家粮食局公益性行业科研专项(201513001);国家自然科学基金(51408197)

质。但现有地下粮仓大多依托特殊地形而建,且仓容量小。地下大直径钢筋混凝土筒仓是一种新型地下粮仓结构,其良好的力学性能解决了原有地下粮仓对地形的依赖。

地上钢筋混凝土筒仓及其他圆柱壳结构研究成果较多,设计计算理论成熟^[2-8],但地下筒仓还没有相关规范可依,对于地下筒仓主要是采用理论计算及数值模拟的方法进行受力机理研究。涂成顺^[9]采用初参数法和有限元法对中间带有柱子支撑的地下筒仓仓壁的内力和位移进行对比研究。贾腾南^[10]在空间受力条件下对地下筒仓仓壁进行有限元分析,并对试验仓仓壁进行现场监测分析。熊晓莉等^[11]采用下端固定、上端简支圆柱壳模型,研究了仓壁竖向弯矩和环向力的分布规律及仓壁承载特性等。熊晓莉等^[12]根据试验仓现场监测结果,分析了仓壁土压力的取值方法,并通过圆柱壳模型分析法和有限元分析法研究了地下筒仓仓壁结构受力特性。陈桂香等^[13]对地下钢筋混凝土筒仓试验仓的仓壁土压力及仓壁钢筋内力进行现场监测分析。

依据圆柱壳有矩理论,推导了地下大直径钢筋混凝土筒仓在空仓最不利荷载工况下的仓壁内力公式;利用 ANSYS 有限元程序建立了地下大直径钢筋混凝土筒仓仓壁模型,通过数值模拟得到仓壁的径向位移和内力,通过对比分析验证了公式的准确性。

1 地下筒仓仓壁的圆柱壳有矩理论

地下大直径钢筋混凝土筒仓仓壁在空仓条件下的荷载工况为最不利荷载工况^[9]。本文在此荷载工况下进行仓壁内力研究,筒仓在地下水土作用下的受力简图如图1所示。

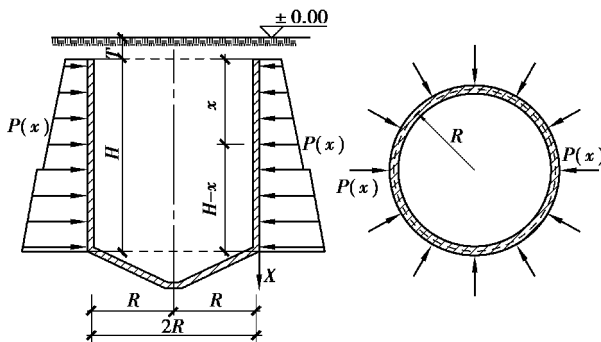


图1 地下大直径钢筋混凝土筒仓空仓受力示意图

Fig. 1 Load on large-diameter reinforced concrete underground silo under empty condition

根据圆柱壳有矩理论,在水土荷载作用下的仓

壁径向位移可表示为^[14]:

$$\varpi_s = \varpi_{s,m} + \varpi_{s,h} \quad (1)$$

式中: $\varpi_{s,m}$ 、 $\varpi_{s,h}$ 分别为在水土荷载作用下的径向位移薄膜解和齐次解。

仓壁径向位移薄膜解为:

$$\varpi_{s,m} = \frac{R^2 P(x)}{E\zeta} \quad (2)$$

式中: R 为仓壁内径; $P(x)$ 为地下水土作用下仓壁的侧压力; E 为仓壁混凝土弹性模量; ζ 为仓壁厚度。为了表达方便,引入两个量纲分别为 L^{-1} 和1的参数 β 、 τ ,表达式分别为:

$$\beta = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{R\zeta}}, \tau = \beta(H-x)$$

式中: μ 为仓壁混凝土泊松比; H 为仓壁高度; x 为仓壁上某截面到仓顶的距离,则仓壁径向位移齐次解为:

$$\varpi_{s,h} = e^{-\tau}(C_1 \cos \tau + C_2 \sin \tau) + e^{\tau}(C_3 \cos \tau + C_4 \sin \tau) \quad (3)$$

式(3)中积分常数 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 由边界条件来确定,但实际上式中的第1项代表仓壁固定端的影响,第2项代表仓壁顶端的影响。在圆柱壳有矩理论中,由于 $\beta H \geq 2.5$,地下大直径混凝土筒仓仓壁属于长壁,可以忽略远端的影响,由此可得 C_3 、 C_4 均为0。

地下筒仓的仓壁底端为固端,则在筒仓底端将有弯矩 M_0 及剪力 F_{s0} 。

边界条件为:当 $\tau=0$ 时:

$$M_0 = -\beta^2 D \frac{d^2 \varpi_{s,h}}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}$$

$$F_{s0} = -\beta^3 D \frac{d^3 \varpi_{s,h}}{d\tau^3} \Big|_{\tau=0}$$

式中: D 为弯曲刚度, $D = E\zeta^3/12(1-\mu^2)$ 。解之求得 C_1 、 C_2 并代入式(3)可得:

$$\varpi_{s,h} = -\frac{1}{2\beta^3 D} e^{-\tau} [-\beta M_0 (\cos \tau - \sin \tau) - F_{s0} \cos \tau] \quad (4)$$

为了计算简便,构造4个函数:

$$\left. \begin{aligned} g_1(\tau) &= e^{-\tau} (\cos \tau + \sin \tau) \\ g_2(\tau) &= e^{-\tau} \sin \tau \\ g_3(\tau) &= e^{-\tau} (\cos \tau - \sin \tau) \\ g_4(\tau) &= e^{-\tau} \cos \tau \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

从而可以得到在水土荷载作用下仓壁的变形及内力:

$$\left. \begin{aligned} \varpi_s &= \frac{R^2 P(x)}{E\zeta} - \frac{M_0}{2\beta^2 D} g_3(\tau) - \frac{F_{s0}}{2\beta^3 D} g_4(\tau) \\ \theta &= \frac{d\varpi_s}{dx} = \frac{d\varpi_{s,m}}{dx} + \beta \frac{d\varpi_{s,h}}{d\tau} \\ &= \frac{R^2}{E\zeta} \cdot \frac{P(x)}{dx} + \frac{F_{s0}}{2\beta^2 D} g_1(\tau) + \frac{M_0}{\beta D} g_4(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在固定端,边界条件为: $\tau=0$ 时, $\varpi_s=0, \theta=0$, 可求得 M_0 和 F_{s0} ,代入式(6)解之可得:

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= -\frac{R\zeta}{\sqrt{12(1-\mu^2)}} \left[P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] \\ F_{s0} &= \frac{R\zeta}{\sqrt{12(1-\mu^2)}} [2\beta P(H) + \kappa] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $P(H)$ 为仓壁底端的侧压力; κ 为仓壁侧压力 $P(H)$ 在仓壁底端的一阶导数,即:

$$\kappa = \left. \frac{dP(x)}{dx} \right|_{x=H}$$

通过式(6)和式(7)得到的地下大直径钢筋混凝土筒仓仓壁的径向位移及内力为:

$$\left. \begin{aligned} \varpi_s &= \frac{R^2}{E\zeta} \left\{ P(x) + \left[P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] g_3(\tau) - \left[2P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] g_4(\tau) \right\} \\ F_{T2} &= E\zeta \frac{\varpi_s}{R} = RP(x) + R \left[P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] g_3(\tau) - R \left[2P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] g_4(\tau) \\ M_1 &= -\beta^2 D \frac{d^2 \varpi_s}{d\tau^2} = \frac{R\zeta}{\sqrt{12(1-\mu^2)}} \left\{ \left[2P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] g_2(\tau) - \left[P(H) + \frac{\kappa}{\beta} \right] g_1(\tau) \right\} \\ M_2 &= \mu M_1 \\ \sigma_h &= \frac{F_{T2}}{\zeta} + \frac{12M_2}{\zeta^3} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

文献[7]中,筒仓仓壁的径向位移及内力为:

$$\left. \begin{aligned} \varpi_s &= \frac{R^2 P(x)}{E\zeta} - \frac{R^2}{E\zeta} e^{-\tau} \\ &\left\{ P(H) \cos \tau - \left[P(H) - \frac{\kappa}{\beta} \right] \sin \tau \right\} \\ F_{T2} &= RP(x) - Re^{-\tau} \\ &\left\{ P(H) \cos \tau - \left[P(H) - \frac{\kappa}{\beta} \right] \sin \tau \right\} \\ M_1 &= \frac{e^{-\tau}}{2\beta^2} \left\{ P(H) \cos \tau - \left[P(H) - \frac{\kappa}{\beta} \right] \sin \tau \right\} \\ M_2 &= \mu M_1 \\ \sigma_h &= \frac{F_{T2}}{\zeta} + \frac{12M_2}{\zeta^3} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

规范^[15]中,筒仓仓壁的径向位移及内力为:

$$\left. \begin{aligned} \varpi_s &= \frac{R^2 P(x)}{E\zeta} \\ F_{T2} &= RP(x) \\ M_1 &= M_2 = 0 \\ \sigma_h &= \frac{F_{T2}}{\zeta} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

在式(8)~(10)中, γ 为仓壁内侧到仓壁中面的距离, ϖ_s 、 F_{T2} 、 M_1 、 M_2 、 σ_h 分别为地下筒仓仓壁的径向位移、环向力、竖向弯矩、环向弯矩和环向应力。

由式(8)得到的地下筒仓仓壁的中面径向位移 ϖ_s 、环向力 F_{T2} 、竖向弯矩 M_1 和环向弯矩 M_2 沿仓壁的变化规律如图2所示。

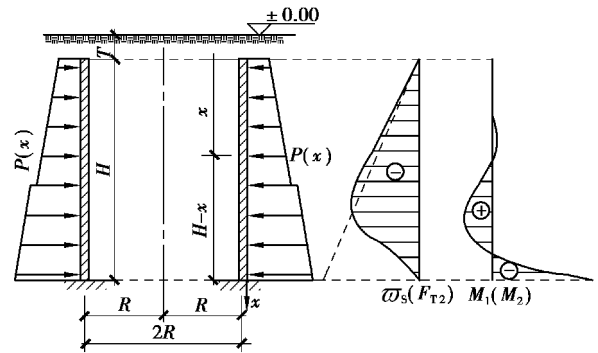


图2 径向位移、环向力、竖向弯矩和环向弯矩沿仓壁变化图
Fig. 2 Radial displacement, circumferential force, vertical moment and circumferential moment along the wall of silo

2 工程实例分析

2.1 工程概况

地下大直径钢筋混凝土筒仓项目工程场地位于郑州市中牟县河南金地集团粮食物流园区内。

筒仓内径为 25 m,筒仓外壁高度 15 m,仓壁厚度 0.35 m,仓壁采用强度 C40 的混凝土,地下筒仓上部覆土厚度为 2.0 m。场地主要土层的组成及指标见表 1。

表 1 场地主要土层的组成及指标

Table 1 Main composition and index of the soil

层号	岩土名称	平均厚度 t/m	含水率 $\omega/\%$	重度 $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	内摩擦角 $\varphi/(^{\circ})$	压缩模量 E_s/MPa
1	粉砂	1.23	14.00	20.00	18	12.76
1-1	粉质粘土	1.76	19.60	19.20	12	5.2
2	粉土	1.85	19.60	20.00	18	9.2
3	粉砂	5.56	17.70	21.30	22	12.76
3-1	粉土	1.30	19.90	20.30	25	11.9
4	粉砂	6.58	18.50	20.30	22	12.76

2.2 地下水土侧压力荷载计算

圆筒形结构由于其空间拱效应,变形很小,土压力按静止土压力计算。本工程场地土为砂土,采用水土分算的朗肯土压力理论计算^[16-18]。将坐标原点放在筒仓仓壁顶端处,即相对标高为 -2.000 m,则水土分算总压力为:

$$\left. \begin{aligned} P(x) &= P(t_{i-1}) + k_i(\gamma_i - \gamma_s)(x - t_i) + \gamma_s(x - t') \\ k_i &= 1 - \sin\varphi_i \\ \frac{dP}{dx} &= k_i(\gamma_i - \gamma_s) + \gamma_s \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: γ_i 和 γ_w 分别为各土层的重度和水的重度; t_i 和 t' 分别为各土层的厚度和地下水的深度; φ_i 为各土层的内摩擦角。

2.3 仓壁变形及其内力的数值模拟

有限元网格划分模型及荷载施加形式如图 3 所示。

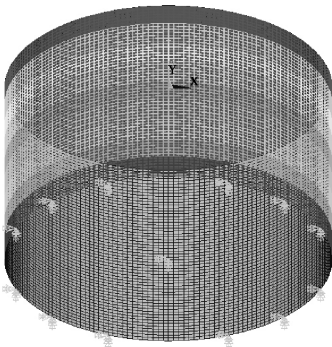


图 3 仓壁荷载形式及约束条件

Fig. 3 Load and constraints condition on silo wall

利用有限元软件 ANSYS 建立了地下大直径钢筋混凝土筒仓的仓壁模型,进行数值模拟,得到仓壁的径向位移和内力。地下筒仓仓壁采用壳体单

元 SHELL181 模拟,仓壁底端为固定端,在仓壁表面加载面荷载。

仓壁所用的材料为钢筋混凝土,混凝土标号为 C40,材料的弹性模量 $E = 3.25 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$,泊松比 $\mu = 0.2$ 。

3 计算结果分析

地下筒仓在地下水土压力作用下的受力变形形式如图 4—5 所示。

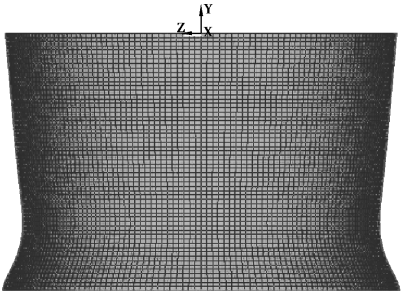


图 4 数值模拟仓壁变形图

Fig. 4 Deformation of the silo wall by numerical simulation

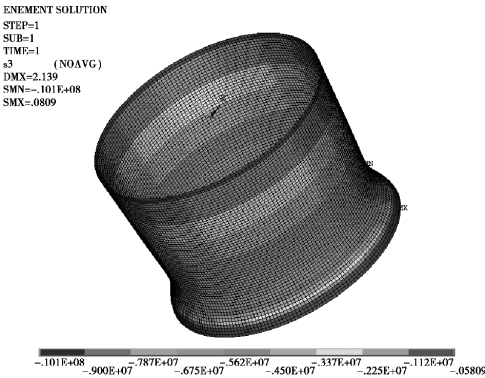
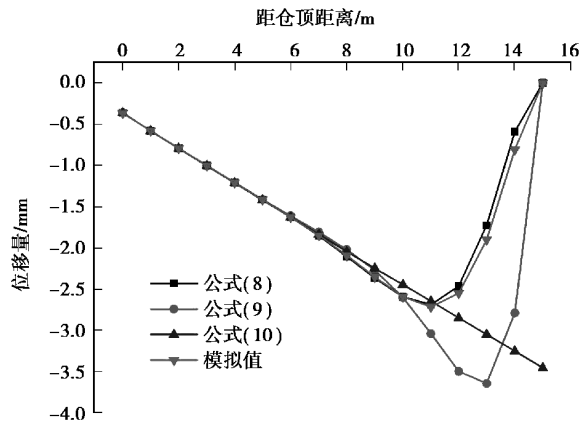


图 5 仓壁第 3 主应力云图(单位: Pa)

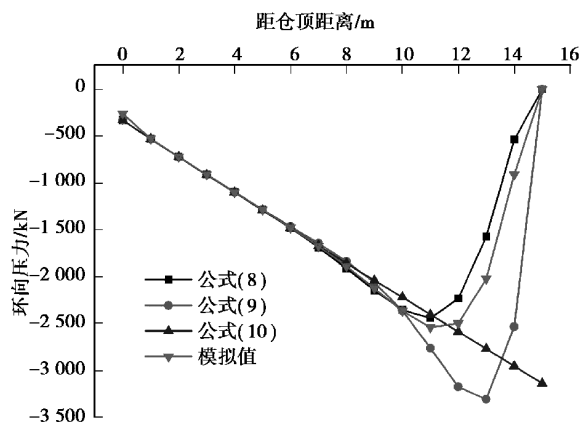
Fig. 5 The third principal stress cloud of the silo wall (unit: Pa)

3.1 仓壁变形和内力对比分析

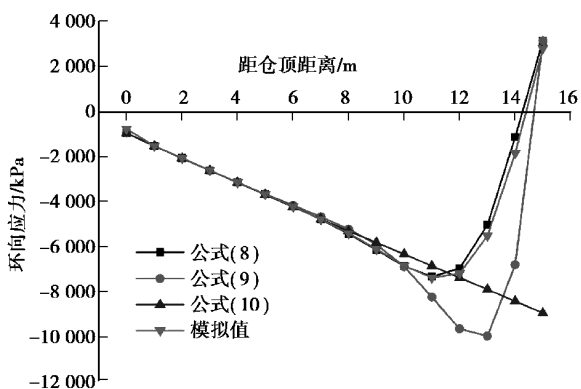
根据公式(11)计算得出的地下大直径钢筋混凝土筒仓水土作用下的侧压力,采用本文提出的圆柱壳有矩理论公式(8)和文献理论公式(9)、式(10),计算得出仓壁的变形和内力,并与有限元数值模拟结果对比,如图6所示。



(a) 仓壁径向位移变化图



(b) 仓壁环向压力变化图



(c) 仓壁环向应力变化图

图6 地下筒仓仓壁变形和内力变化图

Fig. 6 Variation of deformation and internal force of underground silo wall

由图6可以看出,式(8)和(9)得出的仓壁径向位移、仓壁环向压力及仓壁环向应力与数值模拟结果的变化趋势一致,均为从仓顶到仓底沿着仓壁呈现出先增大后减小的变化趋势,而式(10)得出的结果沿着仓壁呈线性增大,这是因为式(10)假定壳体内只有薄膜内力,而弯矩等于零,忽略了仓底对仓壁的影响。在距仓顶0~7 m间,四者结果差异很小,但在距仓顶7~15 m间,四者结果差异较大,说明仓底对仓壁上半部分影响较小,符合圣维南原理。

在距仓顶0~10 m间,式(8)和式(9)的结果和数值模拟结果相近,在距仓顶10 m左右处,式(9)的结果与另外两者结果出现了较大的偏差。式(8)和数值模拟的结果显示,在距仓顶11~12 m间及距仓底3~4 m间,仓壁位移值和内力值达到最大,而式(9)的最大值出现在距仓底2 m左右处,更加靠近仓底。因为在确定边界条件时,式(9)假定仓壁底端处,仓壁径向位移和转角均为0,考虑了仓底对仓壁径向位移和转角的影响,但忽略了仓底对仓壁弯矩和剪力的影响。

由图6(c)可以看出,由于仓壁受到仓底的影响,式(8)、式(9)和数值模拟在仓壁底端附近出现了拉应力,其他位置均为压应力,即仓底对仓壁的影响与仓壁受到的侧压力作用相反。

3.2 仓壁底端变形和内力分析

由图6可知,在仓底附近仓壁受力比较复杂,仓壁的变形和内力变化都比较大。为了能够更准确地分析该段的仓壁变形和内力变化,取仓壁距底端1 m内每0.1 m为一个区间进行分析,仓壁在该段的变形和内力变化如图7所示。

由图7可以看出,3组公式及数值模拟得出的仓壁底端距仓底0~1 m间的仓壁变形和内力的变化趋势并不相同,根据式(10)得出的结果与其他三者变化规律差异较大。

由图7可知数值模拟的结果介于式(8)和式(9)的结果之间,略大于式(8)的结果,小于式(9)的结果,与式(8)的结果更加相近,表明式(8)确定的边界条件比式(9)的更加符合实际情况;式(9)只考虑了仓底对仓壁变形的影响,没有考虑对内力的影响。

由于仓壁在仓底附近的受力比较复杂,在仓底附近仓壁出现了环向拉应力。图5(c)中可以明显地看出式(8)的结果在距仓底0.8 m附近最先出现拉应力,数值模拟在0.6 m附近出现,式(9)在0.2~

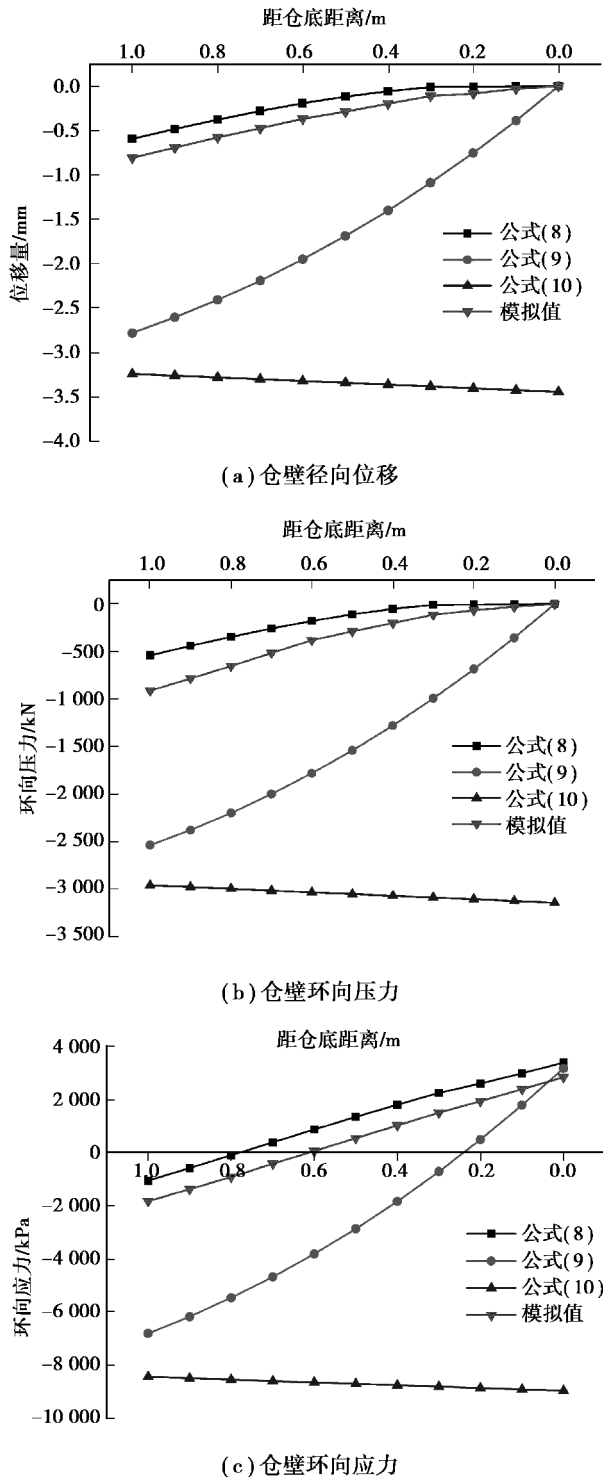


图7 仓壁底端距仓底0~1 m间的仓壁变形和内力变化图

Fig. 7 Variation of deformation and internal force of the silo wall from bottom to 1 m

0.3 m 间出现。即式(8)的计算结果使得仓壁的拉应力区间变大,式(9)的结果的拉应力区间变小。

4 结论

根据柱壳有矩理论,考虑仓壁固定端带来的弯

矩及剪力,推导出地下大直径钢筋混凝土筒仓最不利荷载工况下仓壁变形和内力的公式。通过工程实例,将本文的理论公式、孙巍巍等^[7]的理论公式以及规范算法^[15]三者的计算结果与数值模拟结果进行了对比分析,并将受力比较复杂的仓壁底端单独进行变形和内力分析,得出以下结论:

(1)地下大直径钢筋混凝土筒仓仓底对仓壁上半部分的影响较小,对下半部分影响较大,符合圣维南原理。

(2)考虑仓底对仓壁变形的影响以及仓底对仓壁内力的影响,合理确定边界条件,推导出地下大直径钢筋混凝土筒仓仓壁变形和内力理论公式。

(3)根据规范法的圆柱壳无矩理论位移和内力公式,得出的仓壁径向位移从仓顶到仓底沿仓壁逐渐增大,在仓底处达到最大值,得出的仓壁环向应力为压应力,没有出现拉应力,与实际情况和数值模拟结果差异较大。本文的理论公式与数值模拟结果吻合较好,可为地下大直径钢筋混凝土筒仓的设计及可靠度评估提供参考。

参考文献(References)

- [1] 王鹏飞,王向华. 对郑州市地下空间开发利用的思考[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(2): 248-252. (Wang Pengfei, Wang Xianghua. The thinking of development and utilization of underground space in Zhengzhou city [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012, 8(2): 248-252. (in Chinese))
- [2] Goncalves P B, Pamplona D, Lopes S R X. Finite deformations of an initially stressed cylindrical shell under internal pressure [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2008, 50(1): 92-103.
- [3] Grigorenko Y M, Kas' Yan Y B. Analysis of the effect of changed curvature and load distribution on the deformation of a flexible long cylindrical shell [J]. International Applied Mechanics, 2002, 38(3): 324-328.
- [4] Grigorenko Y M, Kas' Yan Y B. The effect of a geometrical parameter on the deformation of a hinged flexible noncircular cylindrical shell [J]. International Applied Mechanics, 2003, 39(2): 171-176.
- [5] Sundarasivarao B S K, Ganesan N. Axisymmetric deformation of varying thickness cylindrical shell with various end conditions [J]. Computers & Structures, 1993, 38(1): 63-72.
- [6] 夏桂云,李传习,张建仁. 圆形水池底板与池壁的相

- 互作用[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2013, 44(1): 345-350. (Xia Guiyun, Li Chuanxi, Zhang Jianren. Interaction between base plate and thick wall of circular water tank [J]. Journal of Central South University (Science and Technology Edition), 2013, 44(1): 345-350. (in Chinese))
- [7] 孙巍巍, 孟少平, 栾文彬. 大直径混凝土筒仓温度应力研究[J]. 工程力学, 2011, 28(7): 91-97. (Sun Weiwei, Meng Shaoping, Luan Wenbin. Research on thermal stress of large diameter concrete silos [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(7): 91-97. (in Chinese))
- [8] 常双君. 大直径圆筒仓结构边缘受力效应分析[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2010, 31(2): 200-204. (Chang Shuangjun. Analysis of the edge stress of a large diameter cylindrical silo [J]. Journal of North University of China (Natural Science Edition), 2010, 31(2): 200-204. (in Chinese))
- [9] 涂成顺. 地下大直径钢筋混凝土筒仓仓壁结构分析及比较[D]. 郑州: 河南工业大学, 2011. (Tu Chengshun. Wall structure and comparison for large-diameter reinforced concrete underground silo [D]. Zhengzhou: Henan University of Technology, 2011. (in Chinese))
- [10] 贾腾南. 基于空间受力的地下钢筋混凝土粮食筒仓仓壁受力分析[D]. 郑州: 河南工业大学, 2014. (Jia Tengan. Wall stress analysis of reinforced concrete underground granary based on the space stress [D]. Zhengzhou: Henan University of Technology, 2014. (in Chinese))
- [11] 熊晓莉, 金立兵, 史笑珂, 等. 钢筋混凝土圆形地下粮仓仓壁承载力计算方法研究[J]. 河南工业大学学报(自然科学版), 2015, 36(1): 95-99. (Xiong Xiaoli, Jin Libing, Shi Xiaoke, et al. Study on wall bearing capacity calculation method of reinforced concrete underground granary [J]. Journal of Henan University of Technology (Natural Science Edition), 2015, 36(1): 95-99. (in Chinese))
- [12] 熊晓莉, 金立兵, 王振清. 钢筋混凝土地下粮仓仓壁土压力取值方法及仓壁结构受力分析[J]. 应用基础与工程科学学报, 2016, 24(1): 103-114. (Xiong Xiaoli, Jin Libing, Wang Zhenqing. Earth pressure and bearing capacity analysis on the wall of reinforced concrete underground granary [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2016, 24(1): 103-114. (in Chinese))
- [13] 陈桂香, 崔晨星, 付志永, 等. 钢筋混凝土地下粮食筒仓受力监测分析[J]. 河南工业大学学报(自然科学版), 2016, 37(6): 90-95. (Chen Guixiang, Cui Chenxing, Fu Zhiyong, et al. Monitoring analysis on the stress of reinforced concrete underground grain silo [J]. Journal of Henan University of Technology (Natural Science Edition), 2016, 37(6): 90-95. (in Chinese))
- [14] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006. (Xu Zhilun. Elastic mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [15] 中华人民共和国国家标准编写组. 钢筋混凝土筒仓设计规范(GB50077-2003)[S]. 北京: 中国计划出版社, 2003. (The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. Code for design of reinforced concrete silo(GB50077-2003)[S]. Beijing: China Planning Press, 2003. (in Chinese))
- [16] 竺存宏. 使用极限状态大圆筒土压力计算方法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 313-318. (Zhu Cunhong. Computation of earth pressure on large diameter cylinder under service ultimate state [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(3): 313-318. (in Chinese))
- [17] 陈长冰, 梁醒培, 师旭超, 等. 挡土墙土压力公式在大型筒仓侧压力计算中的应用分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 421-426. (Chen Changbing, Liang Xingpei, Shi Xuchao, et al. Application analysis of earth pressure computation formulae in large squat silos [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(2): 421-426. (in Chinese))
- [18] 中华人民共和国国家标准编写组. 建筑地基设计规范(GB50007-2011)[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011. (The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. Code for design of building foundation (GB50007-2011) [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2011. (in Chinese))