

贵阳红黏土的应力-应变软化模型及参数研究^{*}

赵蕊¹, 左双英², 孙志强¹

(1. 渭南职业技术学院 建筑工程学院, 陕西 渭南 714000; 2. 贵州大学 资源与环境工程学院, 贵阳 550025)

摘 要:通过对不同含水量和不同围压下的贵阳红黏土进行三轴固结不排水试验,系统地研究了贵阳红黏土的软化特性及孔隙水压力的变化规律。试验结果表明:贵阳红黏土破坏形态具有明显的剪切带;应力-应变曲线出现了带有驼峰的应变软化现象,固结过程中孔隙水压力与时间呈指数函数关系,剪切过程中孔隙水压力与轴向应变呈双曲线型。研究认为,土体的结构屈服应力和固结不排水试验中产生的孔隙水压力是造成贵阳红黏土软化的主要因素。根据沈珠江、张尔齐等人的软化模型,对贵阳红黏土进行拟合,求解模型参数及置信区间,为贵阳红黏土进一步的数学模型建立提供理论基础。

关键词: 贵阳红黏土; 孔隙水压力; 应力-应变软化模型; 模型参数; 置信区间

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1673-0836(2018)05-1258-08

Research of the Stress-strain Softening Model and Parameters of Red Clay in Guiyang

Zhao Rui¹, Zuo Shuangying², Sun Zhiqiang¹

(1. School of Architecture Engineering, Weinan Vocational and Technical College, Weinan, Shanxi 714000, P.R. China;

2. School of Resources and Environmental Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, P.R. China)

Abstract: The softening characteristics and change law of pore pressure of Guiyang red clay were systematically studied using the laboratory tests such as consolidated undrained triaxial tests on the undisturbed red clay sampled from different water and confining pressure. The results indicated that the destruction morphology showed the shear band obviously; softening with hump appeared in the stress-strain curve; pore pressure-time curve was exponential function relationship under consolidation process; pore pressure-strain curve was hyperbola under shear process. The studies indicate that the main factors of softening were structure yield stress of the soil and pore pressure in consolidated undrained triaxial tests. Model parameters were fitted and confidence intervals were solved using softening model by Shen Zhujiang and Zhang Erqi. It provides a theoretical basis for the further mathematical model establishment of Guiyang red clay.

Keywords: Guiyang red clay; pore pressure; stress-strain softening model; model parameter; confidence interval

^{*} 收稿日期: 2018-04-11 (修改稿)

作者简介: 赵蕊(1990-), 女, 陕西渭南人, 助教, 硕士, 主要从事地质工程方面的教学与科研工作。

E-mail: shanguanyixin99@sina.com

通讯作者: 左双英(1977-), 女, 湖北武汉人, 博士, 教授, 主要从事地下工程方面的教学和研究工作。

E-mail: shyzuo@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(51469007)

0 引言

在土体变形与强度特性研究中,应力-应变关系、抗剪强度指标等一直是最基本的问题,其中应力-应变关系是建立土体本构模型的基础^[1]。三轴试验中,土试样所受的主应力差 $\sigma_1-\sigma_3$ 与其轴向应变 ε_1 之间的关系曲线一般为应变硬化型和应变软化型两种类型。国内外学者对描述应变硬化型曲线表达式的研究由来已久,也取得了很多具有代表性的研究成果,有指数函数模型^[2]、样条函数模型^[3]、乘幂函数和负乘幂函数模型^[4-5]、双线性模型、多线性模型、双曲线模型等,其中以邓肯-张模型的双曲线使用最为广泛。相比之下,对于应变软化特性及曲线的描述却没有那么丰富。目前国内外学者对土体软化特性的表达大多基于以下两种经验模型。Idriss 等^[6]提出的指数表达式: $\delta=N-d$ 及 Yasuhara 等^[7]提出的半对数表达式: $\delta=1-D \lg N$,建立了软化指数与循环次数之间的关系式,其中, d 、 D 为软化参数。也有很多学者将应力比的概念引入应变软化模型,并对其进行修正,很好地描述了不同土类的软化特性。孙海忠等^[8]提出了一个利用残余状态应力比和峰值应力比的应变软化公式,较为合理地反映了粗粒土的应变软化现象。Wood 等^[9]利用峰值应力比和当前状态参数 ψ 的关系隐式模拟了砂土的应变软化现象。蔡袁强等^[10]在试验的基础上建立了各向异性固结软黏土循环残余应变-软化模型,并结合该残余应变-软化模型对 Iwan 模型进行了修正,修正后的模型可以较好地描述各向异性固结软黏土的动应力-应变关系。孙陶等^[11]将应力比概念引入到 K-G 模型中,分析了密实无粘性土的剪胀性和应变软化性。近年来还有一些学者^[12-13]试图将应变硬化型曲线与应变软化型曲线统一成一个表达式,从而体现出土体应

力-应变关系的多样性。
红黏土作为一种由碳酸盐岩系在气候潮湿温暖、降雨量充沛的环境下经物理风化、化学风化及红土化作用并覆盖于碳酸盐岩系之上的呈棕红、褐黄色的区域性特殊土,目前对于红黏土应力-应变曲线的研究大多都是通过应变硬化型展开的,还较少出现有应变软化型。本文针对贵州大学二期工程原状红黏土进行室内三轴固结不排水试验,对试验所得的应力-应变曲线关系、孔隙水压力变化规律进行分析,研究红黏土软化机理,试图拟合应力-应变软化模型,并确定模型参数,为贵阳红黏土进一步的数学模型建立提供了理论基础。

1 试验条件

土样取自贵阳星云家电城片区旧城及棚户区改造工程,如图 1 所示。基坑设计标高 1 065.00 m,基坑开挖后将形成高 34.4~40.4 m 的基坑边坡。该区域风化母岩为三叠系安顺组三段(T_1a^3)白云岩。地貌单元为溶蚀洼地。土性为红黏土,黄褐色可塑,局部铁锰含量高,其物理指标如表 1。



图 1 星云家电城片区旧城及棚户区工程现场
Fig. 1 Xingyun Home appliance city and shanty town renovation project site

表 1 原状土主要物理参数
Table 1 Main physical parameters of undisturbed clay

土样 编号	密度 /(g·cm ⁻³)	比重	含水率 /(%)	液限 /(%)	塑限 /(%)	最大 干密度 /(g·cm ⁻³)	最优 含水率 /(%)	初始 孔隙比	压缩 系数	先期固 结压力/ kPa
土样 1	1.79	2.69	56.85	99.21	39.84	1.41	49.20	1.31	0.000 35	316.21
土样 2	1.75	2.71	57.63	105.82	41.42	1.36	48.31	1.29	0.000 39	319.58
土样 3	1.73	2.65	56.61	102.56	41.18	1.45	49.79	1.30	0.000 4	320.25
平均值	1.76	2.68	57.03	102.53	40.81	1.41	49.10	1.30	0.000 38	318.68
标准差	0.02	0.02	0.53	2.70	0.70	0.04	0.62	0.01	0.00 002 1	1.767 842

按照规范^[14],将土样切成直径 39.1 mm、高 80 mm 的圆柱体。采用由南京土壤仪器厂生产的 TSZ-1 型应变控制式三轴仪进行固结不排水试验,并进行应力-应变及孔隙水压力测试。将试样逐渐风干,含水量控制为 52%、54.5%、57%,试验所加围压均为 100 kPa、150 kPa、200 kPa、250 kPa。

2 试验结果分析

2.1 试样破坏形态

试样的剪切破坏是从局部破损到整体破坏的渐变过程,可以以试样剪切过程中剪切带的形成来描述^[15]。一般情况下,剪切带出现在试样体内最薄弱的位置。在此次三轴固结不排水试验中,随着剪切进程的深入,试样发生径向变形,破坏面从无到有逐渐形成,试样均出现了明显的剪切面。虽然试样整体上呈现出单一剪切破坏,但一些试样在主要破坏面周围还有一些微小的裂纹,形成剪切带。各剪切带破坏形态基本相似,如图 2 所示,其中浅灰色线条为主破坏面,白线条为微小裂纹。

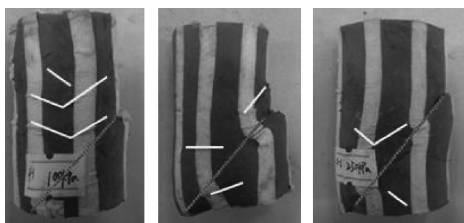


图 2 贵阳红黏土三轴试验试样剪切带破坏形态

Fig. 2 Failure modes of expansive mudstone

2.2 应力-应变曲线

试验发现,贵阳原状红黏土的应力-应变曲线呈带有驼峰的应变软化趋势,如图 3 所示。

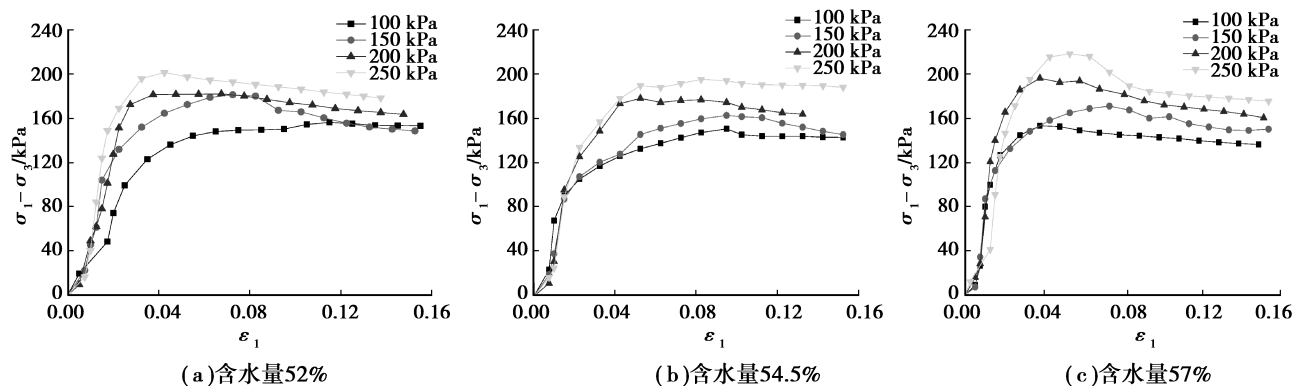


图 3 应力-应变曲线

Fig. 3 Stress-strain curves

固结完成后即开始不排水剪切,此过程中孔隙水压力增大,孔隙水压力与轴向应变的关系曲线如

含水量为 52% 时,在不同围压的剪切下,土样主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 峰值点基本介于 150~200 kPa 之间;残余强度基本介于 140~180 kPa 之间。

含水量为 54.5% 时,土体残余强度基本介于 140~180 kPa 之间;围压为 100 kPa、150 kPa 时,土体的弹性阶段较长,轴向应变 ε_1 达到 8% 才出现主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 峰值点,分别为 150 kPa 和 160 kPa,当围压增大到 200 kPa 和 250 kPa 时,主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 增大较快,几乎在轴向应变 ε_1 达到 4% 时就出现了峰值点,分别为 180 kPa 和 200 kPa。

含水量为 57% 时,主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 峰值点的跨度增大到 150~230 kPa,残余强度为 140~190 kPa,在围压为 250 kPa 时,主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 达到峰值点强度 230 kPa 后迅速减小,在轴向应变 ε_1 达到 8% 后趋于平缓。

2.3 孔隙水压力分析

原状红黏土饱和度很高,可近似认为红黏土孔隙中只充填孔隙水。通过压力室中的水对土样施加围压后,孔隙水会同时施加反作用力,产生孔隙水压力。土体固结过程即为土体孔隙水压力消散的过程。固结不排水试验中孔隙压力与时间的变化关系如图 4 所示。孔隙水压力随时间的增加,消散速率逐渐减小,整体呈指数函数关系。在 0~50 min 左右时,超静孔隙压力消散最快;50~200 min 左右时次之;200 min 以后,孔隙压力减小速率较为平缓,几乎趋于稳定,直到固结完成时几乎消散为零。引入消散度^[14]的概念,将孔隙水压力归一化,运用最小二乘法计算出消散度 U 与时间的表达式为 $U = 0.668e^{-0.035t}$ 。

图 4 所示。 $u - \varepsilon_1$ 曲线大致可分为 3 个阶段:轴向应变达到 2% 前,孔隙水压力增长缓慢;第 2 阶段孔隙

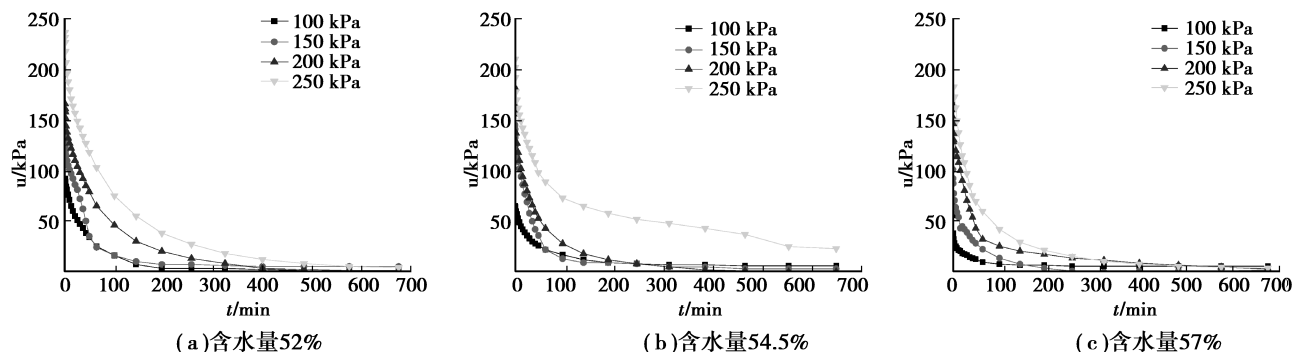


图4 孔隙水压力-固结时间关系曲线

Fig. 4 Pore pressure-time curves

水压力随轴向应变的增大而增大,直至达到峰值;第3阶段孔隙水压力趋于稳定甚至有减小的趋势。

2.4 软化机理分析

贵阳红黏土应力-应变关系出现软化现象,可认为是由土体的结构屈服应力和固结不排水试验中产生的孔隙水压力造成的。

根据 $e-\lg p$ 曲线,土样的先期固结压力大于自重应力,属超固结土。本次固结不排水试验所设定的固结压力均小于土的先期固结压力。在剪切过程中,随轴向应力的增加,土体结构开始产生大量破损时所对应的主应力差就可被看作是其结构屈服应力,当固结压力低于结构屈服压力时,应力-应变关系呈“应变软化型”^[12]。

固结过程中,由于孔隙水压力的消散,土骨架变得密实。根据有效应力原理,剪切过程中围压恒定,轴向应力增大,土体发生变形,土骨架被撑开,导致孔隙水压力再次增大,使得土体丧失全部或部分抗剪强度,因此出现了软化。从图5可以看出,剪切时孔隙水压力的变化阶段与应力-应变关系相呼应。剪切开始时,孔隙水压力增长缓慢,此时应力-应变曲线呈快速上升趋势;而后孔隙水压力快速增长,对应着应力-应变曲线上升趋势变缓,直至达到的峰值阶段;随着剪切的继续进行,孔隙水压力的增长又逐渐缓慢下来,最后趋于不变或者微弱的减小,此时对应着应力-应变的软化阶段。正是由于这种孔隙水压在达到峰值强度后仍然逐渐增大,从而导致其强度降低,直至达到变形的稳定状态而维持其稳定强度^[5]。

由于三轴试验是轴对称受力条件,没有考虑中主应力的影响,殷宗泽^[16]建议孔隙压力的变化宜用平均主应力增量和剪应力不变量表达。在径向应力保持不变、增大轴向应力的三轴被动压缩试验

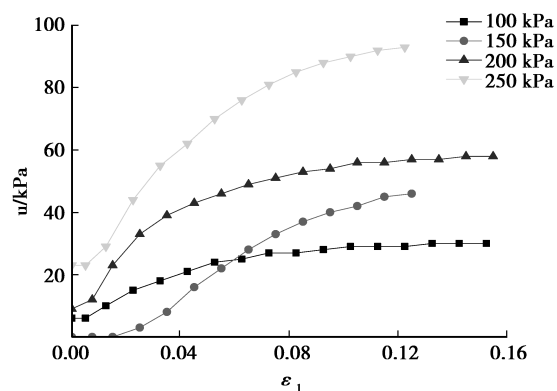


图5 孔隙水压力-应变关系曲线

Fig. 5 Pore pressure-strain curves

中, $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = 0$, $\Delta\sigma_1 = (\sigma_1 - \sigma_3)$, 因此,孔隙水压力变化如式(1)所示。

$$\Delta u = \left(\frac{1}{3} + \alpha\sqrt{2} \right) (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (1)$$

式中: α 为剪应力改变引起的孔隙压力变化的系数。

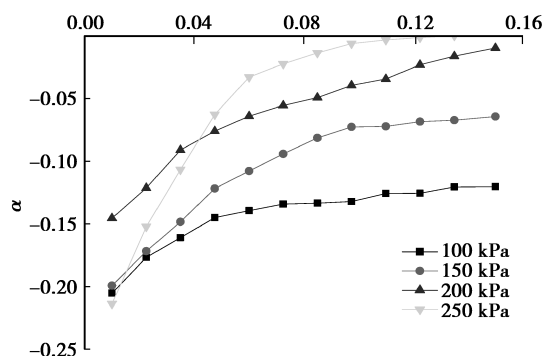


图6 孔隙水压力系数-应变关系曲线

Fig. 6 Pore pressure-strain curves

经计算,孔隙压力系数与轴向应变的关系曲线呈双曲线型,如图6所示。相同轴向应变下,围压越大,孔隙水压力系数越大。

3 应力-应变软化模型

3.1 软化模型

我国学者对应变软化型曲线的研究是从由沈珠江^[17]提出的驼峰形的三次多项式开展起来的。用 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$ 反映软化段的特点,该应变软化方程为:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_s(a + c\varepsilon_s)}{(a + b\varepsilon_s)^2} \quad (2)$$

式中:3个试验参数 a 、 b 和 c 与残余强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$, 峰值强度和相应的轴向应变 ε_s 之间有下列关系:

$$\begin{cases} (\sigma_1 - \sigma_3)_r = \frac{c}{b^2} \\ (\sigma_1 - \sigma_3)_p = \frac{1}{4(b - c)} \\ \varepsilon_s = \frac{a}{b - 2c} \end{cases}$$

张尔齐等^[18]为描写具有主应力差峰值的应力-应变关系,将主应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 表示成 $\alpha(\varepsilon_1)$ 与 $(\sigma_1 - \sigma_3)_i$ 之积的形式,引入初始杨氏模量 E_{\max} , 参考应变 ε_{a1} 、 ε_{a2} 、 ε_{a3} , 建立数学关系式,为建立一个可以表示土软化性能的非线性力学模型提供了必要的基础。其数学表达式为:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = E_{\max} \frac{\varepsilon_1}{1 + a_1\varepsilon_1} \left(\frac{1 + a_2\varepsilon_1}{1 + a_3\varepsilon_1} \right) \quad (3)$$

式中: $\left(\frac{1 + a_2\varepsilon_1}{1 + a_3\varepsilon_1} \right)$ 表示随应变变化的调整系数。

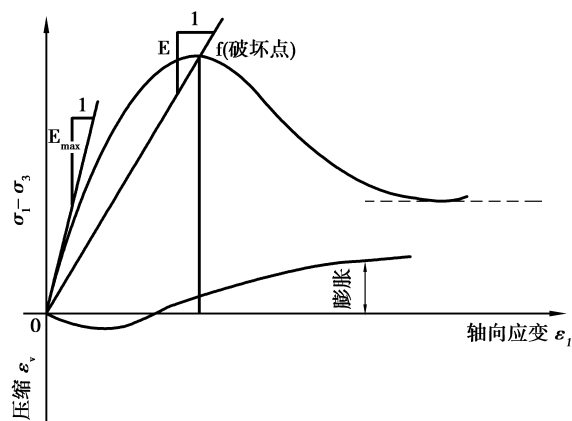


图7 应变软化型应力-应变关系曲线

Fig. 7 Strain softening stress-strain curves

3.2 模型参数^[19]

3.2.1 E_{\max} 的确定

根据试验资料由 $E = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\varepsilon_1}$ 计算出一系列与 ε_1

值相应的 $1/E$, 并绘制 $1/E - \varepsilon_1$ 的关系曲线, 如图3所示。该关系曲线与 $1/E$ 轴的截距即为 $1/E_{\max}$, 则相应的 E_{\max} 值即可求出。

3.2.2 a_1 、 a_2 、 a_3 的确定

(1) $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 关系曲线峰值点的切线模量应该等于零。由式(2)得

$$\frac{(a_2 - a_3)\varepsilon_1}{1 + a_3\varepsilon_1} + \frac{1 + a_2\varepsilon_1}{1 + a_1\varepsilon_1} = 0 \quad (4)$$

改写式(4), 并设

$$\begin{cases} a = a_1a_2 - a_1a_3 + a_2a_3 \\ b = 2a_2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{可得} \quad a\varepsilon_1^2 + b\varepsilon_1 + c = 0 \quad (5)$$

由此式可以求出与峰值偏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_p$ 相应的应变 ε_{1p} , 称为 ε_{1p} 的计算值。

(2) 把峰值偏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_p$ 及相应的应变 ε_{1p} 代入式(3)得

$$\beta = \frac{1 + a_2\varepsilon_{1p}}{(1 + a_3\varepsilon_{1p})(1 + a_1\varepsilon_{1p})} \quad (6)$$

式中: $\beta_p = \frac{E_p}{E_{\max}}$, $E_p = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_p}{\varepsilon_{1p}}$ 已知。

改写式(6)得

$$A_{11}a_2 + A_{12}a_3 = R_1 \quad (7)$$

$$\text{式中: } \begin{cases} A_{11} = \varepsilon_{1p} \\ A_{12} = -(1 + a_1\varepsilon_{1p})\beta_p\varepsilon_{1p} \\ R_1 = (1 + a_1\varepsilon_{1p})\beta_p - 1 \end{cases}$$

(3) 同理, 在峰值点之后任意选一个点, 设其为 t 点, 将其偏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_t$ 及相应的应变 ε_{1t} 代入式(3)得出

$$A_{21}a_2 + A_{22}a_3 = R_2 \quad (8)$$

$$\text{式中: } \begin{cases} A_{21} = \varepsilon_{1t} \\ A_{22} = -(1 + a_1\varepsilon_{1t})\beta_t\varepsilon_{1t} \\ R_2 = (1 + a_1\varepsilon_{1t})\beta_t - 1 \end{cases}$$

为了确定 a_1 、 a_2 、 a_3 , 可以采用如下方法: ①假定一个 a_1 值; ②由式(7)和式(8)求出 a_2 、 a_3 ; ③利用 a_1 、 a_2 、 a_3 值, 由式(5)求出相应的 ε_{1p} , 作为计算的 ε_{1p} 值; ④假定另外一些 a_1 值, 重复①—③步骤; ⑤绘制计算的 $\varepsilon_{1p} - a_1$ 关系曲线; ⑥利用实际的 ε_{1p} 值, 由 $\varepsilon_{1p} - a_1$ 关系曲线求出相应的 a_1 值; ⑦由式(7)和式(8)求出 a_2 、 a_3 值, 注意 a_2 、 a_3 的限定条件。这样得到的一组 a_1 、 a_2 、 a_3 值即为所求的参数值, 如表2所示。

表 2 不同含水量的贵阳红黏土应力-应变软化模型参数值
Table 2 Stress-strain softening model parameter values of Guiyang red clay in different water contents

含水量	围压 σ_3/kPa	E_{\max}/Pa	a_1	a_2	a_3
57%	100	25 000	12.114 75	4.230 8	100.321 9
	150	16 667	14.580 0	1.868 8	38.822 9
	200	33 333	9.356 3	1.572 0	103.423 2
	250	50 000	18.981 46	3.678 2	116.665 9
54.50%	100	12 500	12.4937 5	2.113 6	35.032 4
	150	11 111	10.755 77	2.009 4	28.854 2
	200	33 333	6.092 9	2.625 5	124.170 0
	250	50 000	14.058 8	7.489 5	201.479 7
52%	100	10 000	17.915 2	5.462 2	25.359 0
	150	16 667	5.655 6	-1.955 4	41.389 0
	200	50 000	51.037 6	16.965 6	118.649 0
	250	33 333	9.74 895	3.391 5	110.670 6

3.3 模型参数的置信区间

根据表 2 数据,分别求得不同围压下参数 E_{\max} 、 a_1 、 a_2 、 a_3 的平均值和标准差,同理,当 n 很大时, X_i 服从正态分布。

通过 $E(\bar{X}_i)=\mu, D(\bar{X}_i)=\frac{\delta^2}{n}$ 做代换:

设任意一个参数为 (X_i, S_i) , 由中心极限定

$$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \approx \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \tag{9}$$

该统计量近似服从标准正态分布,若给定置信概率为 0.95,存在 $u_{\frac{\alpha}{2}}$ 使:

$$P\{|U| < u_{\frac{\alpha}{2}}\} = 0.95 \tag{10}$$

则任意参数的置信区间为:

$$\left(\bar{X}_i - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X}_i + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}\right) \tag{11}$$

将计算出的参数值带入上式即得相应的置信区间,如表 3 所示。

表 3 参数的置信区间
Table 3 The confidence interval of parameters

围压/kPa	E_{\max}	a_1	a_2	a_3
100	(8408.10, 23258.57)	(11.17, 17.17)	(2.37, 5.50)	(15.90, 91.25)
150	(11851.18, 17779.82)	(6.19, 14.47)	(-1.44, 2.72)	(30.24, 42.47)
200	(29997.75, 47779.59)	(-0.99, 45.32)	(-0.89, 15.00)	(105.49, 125.34)
250	(35553.41, 53335.25)	(9.99, 18.53)	(2.74, 6.97)	(96.01, 189.86)

4 模型验证

模型参数确定以后,为了判断所选用模型以及已确定的模型参数的准确性与合理性,需要对模型和模型参数进行验证。

将由试验求得的所有模型参数带入式(3),计算出主应力差,并拟合轴向应变与主应力差计算值

的曲线图,与试验数据拟合的曲线对比如图8所示。由图7可知,曲线中间段的拟合效果最好,在初始段和结尾段,计算曲线与试验曲线有时会出现偏离。总体来说, $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 的计算曲线与试验曲线的发展趋势均表现出一致性,且基本吻合。因此,由试验得到的模型参数值能较为准确地反映其实际值。

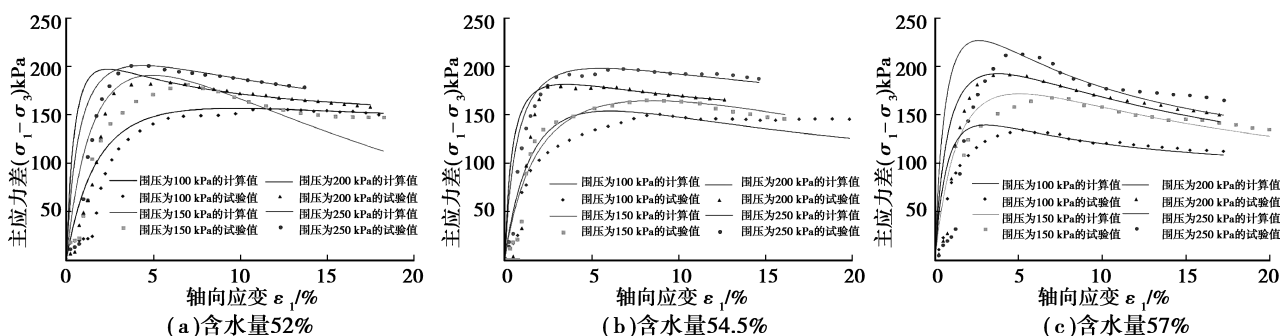


图8 不同围压下应力-应变曲线试验值与模型计算值对比

Fig. 8 Stress-strain curves of different confining pressure test value compared with the value model

5 结论

(1)根据贵阳红黏土三轴固结不排水试验结果可得,红黏土应力-应变曲线出现了带有驼峰的应变软化现象,固结过程中孔隙水压力与时间呈指数函数关系,剪切过程中孔隙水压力与轴向应变呈双曲线型。

(2)土体的结构屈服应力和固结不排水试验中产生的孔隙水压力是造成贵阳红黏土软化的主要因素。

(3)根据沈珠江等的软化模型,计算得出的软化模型参数数值变化范围较大,置信区间可保证参数的真实值落在该区间内。经拟合的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 计算曲线与试验曲线的发展趋势均表现出一致性,且基本吻合,并在中间段拟合效果最好。

(4)土的应力-应变软化模型能较好地描述贵阳红黏土应力-应变曲线关系,试验所得参数可用于星云家电城棚户区改造工程基坑支护设计,同时为红黏土进一步的数学模型建立提供了理论基础。

参考文献 (References)

[1] 郭莹,王跃新.原状与重塑粉土固结不排水剪切特性的对比试验[J].水利学报,2011,42(1):68-75. (Guo Ying, Wang Yuexin. Comparative test study on

consolidation undrained shear characteristics of undisturbed and remolded silt [J]. Chinese Journal of Hydraulic Technology, 2011, 42 (1): 68-75. (in Chinese))

[2] 刘祖德,陆士强,杨天林,等.应力路径对填土应力-应变关系的影响及其应用[J].岩土工程学报,1982,(4):45-55. (Liu Zude, Lu Shiqiang, Yang Tianlin, et al. The influence of stress path on the stress-strain behavior of earthfills and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, 4(4): 45-55. (in Chinese))

[3] Desai C S. Nonlinear analysis using spline functions[J]. Journal of the Soil Mechanics & Foundations Division, 1971, 97(10): 1461-1480.

[4] 殷德顺,任俊娟,和成亮,等.基于分数阶微积分理论的软土应力-应变关系[J].岩石力学与工程学报,2009,28(增1),2972-2979. (Yin Deshun, Ren Junjuan, He Chengliang, et al. Stress-strain relation of soft soil based on fractional calculus operators theory [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28 (Supp. 1): 2972-2979. (in Chinese))

[5] 殷德顺,王保田.负乘幂本构模型的切线模量[J].岩土力学,2009,30(7):2168-2172. (Yin Deshun, Wang Baotian. Tangent modulus of negative-power

- constitutive model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(7): 2168-2172.(in Chinese))
- [6] Idriss I M , Dobry R , Singh R D. Nonlinear behavior of soft clays during cyclic loading [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation, 1978, 104 (12): 1427-1447.
- [7] Yasuhara Y, Hyde A F L, To Yata N, et al. Cyclic stiffness of plastic silt with an initial drained shear stress [A]//Proc Geotechnique Symp in Print (SIP) on Prefailure Deformation Behavior of Geomaterials [C]. London: Thomas Telford Ltd, 1998: 371-382.
- [8] 孙海忠,黄茂松.考虑粗粒土应变软化特性和剪胀性的本构模型[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2009, 37(6): 727-732. (Sun Haizhong, Huang Maosong. A constitutive model for coarse granular material incorporating both strain work softening and dilatancy[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2009, 37(6): 727-732. (in Chinese))
- [9] Wood M D, Belkheasr K, Liu D F. Strain softening and state parameter for sand modeling[J]. Geotechnique, 1994, 44(2): 335-339.
- [10] 蔡袁强,陈静,王军.循环荷载下各向异性软黏土应变-软化模型[J].浙江大学学报(工学版), 2008, 42(6): 1058-1064. (Cai Yuanqiang, Chen Jing, Wang Jun. Strain-degradation model for anisotropic soft clay under cyclic loading[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science Edition), 2008, 42(6): 1058-1064. (in Chinese))
- [11] 孙陶,高希章.考虑土体剪胀性和应变软化性的 K-G 模型[J].岩土力学, 2005, 26(9): 1369-1373. (Sun Tao, Gao Zhangxi. Containing dilatancy and strain softening of earth's K-G model [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(9): 1369-1373. (in Chinese))
- [12] 何利军,孔令伟.土的应力-应变关系的一种描述模式[J].工程地质学报, 2010, 18(6): 900-905. (He Lijun, Kong Lingwei. Uniform expression of stress-strain relationship of soils [J]. Journal of Engineering Geology, 2010, 18(6): 900-905. (in Chinese))
- [13] 周葆春,王靖涛.论土体应力-应变关系曲线类型和临界状态[J].重庆建筑大学学报, 2008, 30(1): 62-67. (Zhou Baochun, Wang Jingtao. On the type of stress-strain relation curves and the critical state for soils[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008, 30(1): 62-67. (in Chinese))
- [14] 土工试验方法标准(GB/T50122-1999) [S].北京:中国计划出版社, 1999. (Soil test method standard (GB/T50122-1999) [S]. Beijing: China Planning Press, 1999. (in Chinese))
- [15] 文建鹏.长沙典型粉质粘土的三轴试验及本构模型研究. [D].长沙:中南大学, 2004. (Wen Jianpeng. Triaxial test and constitutive model on the silty clay in Changsha area. [D]. Changsha: Central South University, 2004. (in Chinese))
- [16] 殷宗泽.土工原理[M].北京:中国水利水电出版社, 2012. (Yin Zongze. Geotechnical principles [M]. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower press, 2012. (in Chinese))
- [17] 沈珠江.考虑剪胀性的土和石料的非线性应力-应变模式[J].水利水运科学研究, 1986(4): 1-14. (Shen Zujiang. A nonlinear dilatant stress-strain model for soils and rock materials[J]. Hydro-Science and Engineering, 1986(4): 1-14. (in Chinese))
- [18] 张尔齐,常青.关于具有软化性能土的应力-应变关系的研究[J].哈尔滨建筑大学学报, 2001, 34(3): 45-48. (Zhang Erqi, Chang Qing. Stress-strain relationship for description of softening behavior of soils[J]. Journal of Harbin University of Civil Engineering. & Architecture, 2001, 34(3): 45-48. (in Chinese))
- [19] 刘晓.类黄土强度软化特性试验研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2006. (Liu Xiao. Testing study on strength softening characteristics of loess-like soils[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006. (in Chinese))