

一种连续-非连续方法验证及矩形隧道围岩垮塌模拟*

王学滨^{1,2}, 马冰²

(1. 辽宁工程技术大学 计算力学研究所, 辽宁 阜新 123000; 2. 辽宁工程技术大学
力学与工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要:提出了一种适于模拟岩石材料变形、开裂、接触、摩擦及转动的连续-非连续方法。该方法借鉴了拉格朗日元法、变形体离散元法及虚拟裂缝模型的有关原理。首先, 针对弹性滑块沿固定斜面下滑及三点弯梁开裂问题进行了模拟, 以检验该方法的正确性。然后, 针对矩形隧道围岩模型位移控制加载条件下的变形、开裂及垮塌过程进行了模拟。结果表明: 位于隧道两帮、顶部和底部的最大主应力低值区(最大主应力值下降区)的形状呈半圆形; 随着加载的进行, 位于隧道顶、底部的任一个最大主应力低值区被分化成“双耳形”; 随后, 隧道顶、底部发生开裂, 冒落及底鼓发生, 隧道两帮也发生开裂; 最终, 松散的岩块几乎充满了半个隧道, 隧道围岩整体垮塌。

关键词:连续-非连续方法; 变形; 开裂; 接触; 摩擦; 隧道

中图分类号: TU451

文献标识码: A

文章编号: 1673-0836(2018)04-0928-08

Verification of the Continuum-discontinuum Method and Modeling of Collapsing of the Surrounding Rock of a Rectangular Tunnel

Wang Xuebin^{1,2}, Ma Bing²

(1. Institute of Computational Mechanics, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, P.R.China;
2. College of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, P.R.China)

Abstract: A continuum-discontinuum method was proposed to model a series of complex mechanical behaviors of rock materials, such as deformation, cracking, contact, friction and rotation. The method introduced the Lagrange element method, the discrete element method and the fictitious crack model. Firstly, the sliding of an elastic block along an inclined plane and the cracking of a three-point-bending beam were modeled to verify the proposed method. Then, the deformation, cracking and collapsing of the surrounding rock of a rectangular tunnel under the constant velocity were modeled. Results show that, firstly, the regions with lower maximum principal stresses are semi-circular at two sides, the roof and floor of the tunnel; as deformation proceeds, two ear-shaped regions with lower maximum principal stresses at the roof or floor of the tunnel are formed; then, cracking appears at two sides, the roof and floor of the tunnel so that the roof caving and the floor heave are found; finally, the half of the tunnel is almost filled with loose rock blocks, meaning overall collapsing of the surrounding rock.

Keywords: continuum-discontinuum method; deformation; cracking; contact; friction; tunnel

* 收稿日期: 2017-12-26(修改稿)

作者简介: 王学滨(1975-), 男, 黑龙江双鸭山人, 博士, 教授, 主要从事岩石力学、计算力学等方面的研究。

E-mail: wxbbb@263.net

基金项目: 国家自然科学基金(51574144); 辽宁省百千万人才工程资助项目

0 引言

连续方法包括有限元法、有限差分法和边界元法等。边界元法特别适于求解弹性问题,有限元法和有限差分法适于求解弹塑性问题。常规有限元法在求解应变软化问题时会遇到负刚度问题,除非引入各种非经典的本构模型。有限差分法由于通过时步迭代求解运动方程,因而不会存在负刚度问题。在利用有限元法和有限差分法求解弹塑性问题时,允许单元发生破坏,破坏后的单元一般仍然存在于模型之中,当然,也可以将破坏后的单元人为地删除。通过指定区别于弹性单元的破坏后单元的本构模型,即可采用连续方法近似地模拟实际的开裂现象。欲采用连续方法比较真实地模拟开裂现象,需要利用网格重新划分技术、虚拟裂缝模型和扩展有限元法等。破坏和开裂有时被视为同义词,但二者的含义并不等同。在数值模拟中,开裂会引起物体表面积的增加,而破坏则不然。在开裂后,单元或节点可能发生接触和摩擦,而在破坏后,破坏单元仍然和破坏前一样,仅和其固有的相邻单元发生关联。

非连续方法包括离散元法、格构方法和非连续变形分析法等,适于求解块体或颗粒间的接触、摩擦和分离等一系列复杂的变形和运动过程,甚至可以求解块体的破碎、颗粒团的分离等复杂现象。但是,块体或颗粒的尺寸需要预先根据经验设定。在材料未开裂之前,就将其划分成块体或颗粒,显然与实际情况有较大差别。鉴于连续和非连续方法各自的突出优点和显著不足,目前,已有不少特点鲜明的连续-非连续方法被相继提出^[1-9],该方法的巨大发展潜能和广阔应用前景颇为引人注目。

本文提出了一种适于模拟岩石材料变形、开裂、接触、摩擦及转动的连续-非连续方法。该方法借鉴了拉格朗日元法、变形体离散元法及虚拟裂缝模型的有关原理。首先,针对弹性滑块沿固定斜面下滑及三点弯梁开裂问题进行了模拟,以检验该方法的正确性。然后,针对矩形隧道围岩模型位移控制加载条件下的变形、开裂及垮塌过程进行了模拟。

1 一种连续-非连续方法

本文提出的连续-非连续方法包括4个计算模块:应力、应变及弹性力计算模块,节点分离模块,接触、摩擦模块和运动方程求解模块。应力、应变

及弹性力计算模块和运动方程求解模块基本遵循FLAC的原理;节点分离模块通过引入虚拟裂缝模型处理节点分离问题;接触、摩擦模块借鉴了离散元法的处理方法。和连续方法相比,提出方法可以模拟真实开裂现象,且不需要重新划分网格。和非连续方法相比,提出方法在未模型开裂前处理的是连续介质。

1.1 应力、应变及弹性力计算模块

为了避免四边形单元存在的沙漏问题,FLAC将1个四边形单元离散成2个三角形单元(子单元),具有2种离散方式,即2种覆盖。通过下列3个过程即可获取子单元的应力、应变及节点的弹性力等量:

首先,利用高斯定理,由节点速度计算子单元的应变率;

然后,由子单元的应变率计算子单元的应变增量,再利用本构方程,由应变增量计算应力增量;

最后,由子单元的应力增量计算子单元的应力全量,据此计算节点的弹性力。

4个子单元的应变增量和应力全量可能不等。因此,为了使四边形单元的变形柔顺,需要对上述两个量进行调和。在调和过程中,未考虑子单元尺寸的影响。利用各子单元的应力和应变,即可获得单元的应力和应变。

应当指出,在FLAC中,相邻单元共用若干节点,这对于连续模型是适用的。但是,本文模型随后可能发生开裂,所以,每个单元的节点均独立编号。这样,若干节点可能具有相同的坐标。在开裂之前,具有相同坐标的节点遵循相同的运动规律,就像一个节点一样。

1.2 节点分离模块

节点分离模块具体包括节点分离判别、开裂方向指定和黏聚力施加等内容。根据主应力(σ_1 和 σ_3)、强度参数(抗拉强度、黏聚力、内摩擦角)进行节点分离判别。节点的分离可能是由于材料发生拉裂或剪裂引起的。若 σ_3 超标,认为材料发生拉裂;若描述节点的应力状态的应力圆与莫尔-库仑强度线相切或相割,则认为材料发生剪裂。若材料发生拉裂,则不再对材料是否发生剪裂进行判断。实际上,节点并不存储应力,应力仅存储在单元上。所以,判断节点是否分离时,需要利用节点周围单元的应力信息。很自然地,有两种方式可供选择:最大应力原则和平均应力原则。所谓的最大应力原则,是指利用节点周围单元的最大 σ_3 判断材料

是否拉裂;判断材料是否发生剪裂,还需利用最大 σ_3 的单元的 σ_1 。所谓的平均应力原则,是指利用节点周围单元的平均 σ_3 判断材料是否拉裂;判断材料是否发生剪裂,还需利用 σ_1 的平均值。

有很多学者认为,宏观剪切裂缝是由于细观上的拉伸裂缝引起的。所以,本文中未引用II型断裂能,只引入I型断裂能。实际上,II型断裂能很难从实验中获得。由于目前裂缝只沿单元边界扩展,因此,我们选择与最大 σ_3 垂直方向最接近的单元边界方向作为实际的开裂方向(裂缝扩展方向)。

在节点分离之后,分离节点之间的距离包括法向和切向分量。根据法向分量和法向应力-法向裂缝张开距离关系计算当前的法向黏聚力。该关系可以有不同的形式:线性形式、双线性形式和非线性形式等。在对分离节点施加法向黏聚力的同时,相应地处理切向黏聚力。

1.3 接触、摩擦模块

若节点和单元发生嵌入,则根据嵌入状态计算法向嵌入量,据此计算法向约束反力。同时,需要计算切向相对滑动距离,据此计算切向摩擦力。若切向摩擦力超过最大静滑动摩擦力,则取最大静滑动摩擦力作为实际的摩擦力。

1.4 运动方程求解模块

根据节点所受的各种力(其合力为节点力),通过差分方法,利用牛顿第二定律计算节点的速度。节点力包括不平衡力和阻尼力两部分。不平衡力是弹性力、外力、黏聚力及摩擦力等力的合力。阻尼力可为局部自适应阻尼力,也可为黏性阻尼力。

局部自适应阻尼力的方向和速度有关,而大小和不平衡力有关:

$$F' = -\alpha |F| \text{sign}(v)$$

$$\text{sign}(v) = \begin{cases} +1, & \text{若 } v > 0 \\ -1, & \text{若 } v < 0 \\ 0, & \text{若 } v = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: F' 为局部自适应阻尼力; α 为局部自适应阻尼系数; F 为不平衡力; v 为节点速度。

黏性阻尼力的大小和方向均与速度有关:

$$F'' = -c \cdot v \quad (2)$$

式中: F'' 为黏性阻尼力; c 为黏性阻尼系数。

2 方法检验

2.1 变形滑块沿固定斜面下滑的模拟

滑块被剖分成 4×1 个正方形单元,单元边长取为1 m,如图1。

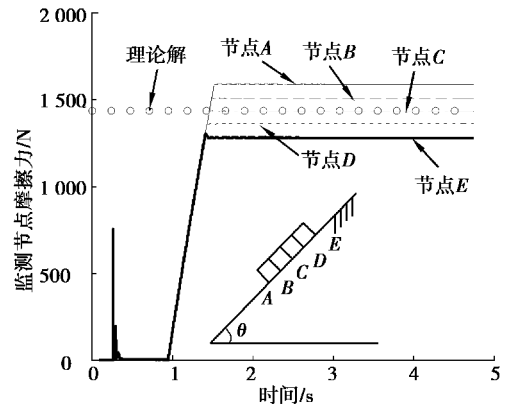


图1 变形滑块沿固定斜面下滑时节点摩擦力的模拟结果

Fig. 1 Numerical results of nodal frictional forces of a deformational block during sliding along a fixed inclined plane

计算过程包括两个阶段:

(1) 压平衡阶段

将滑块压在固定的斜面上,直至达到静力平衡状态。在上述过程中,只允许滑块垂直下落,这是通过限制滑块上各节点的水平运动实现的。斜面采用一个大四边形块体的一个边进行模拟,该块体亦被剖分成若干单元(图2)。

(2) 解除约束后的阶段

滑块能否沿斜面下滑,取决于与斜面发生接触的节点的节点力是否有沿斜面向下的分量。

各种计算参数取值如下:法向刚度 k_n 取为 3×10^7 N/m,切向刚度 k_s 取为 3×10^7 N/m,单元面密度 ρ 取为 2700 kg/m²,静摩擦系数 f 取为 0.15 ,法向黏性阻尼系数 c 取为 1×10^5 kg/s,重力加速度 g 取为 10 m/s²,时间步长 Δt 取为 4.743×10^{-5} s,局部自适应阻尼系数 α 取为 0.7 ,弹性模量 E 取为 2 GPa,泊松比 μ 取为 0.33 。计算在平面应变、大变形条件下进行。

图2给出了滑块沿斜面下滑的过程,可以直观地看出不同时刻滑块所处的位置。在计算过程中,监测了滑块底面上5个节点的摩擦力随时间的演变规律,如图1。由此可以发现:

(1) 在压平衡阶段,各节点摩擦力的演变规律基本相同,难以分清彼此。

(2) 当滑块的水平约束被解除后,滑块沿斜面下滑,摩擦力不断增加,直至达到最大静滑动摩擦力,此后,滑块受到的摩擦力将不再改变。

刚性滑块若沿固定斜面下滑时,动滑动摩擦力应为最大静滑动摩擦力(不考虑动、静滑动摩擦系数之差别):

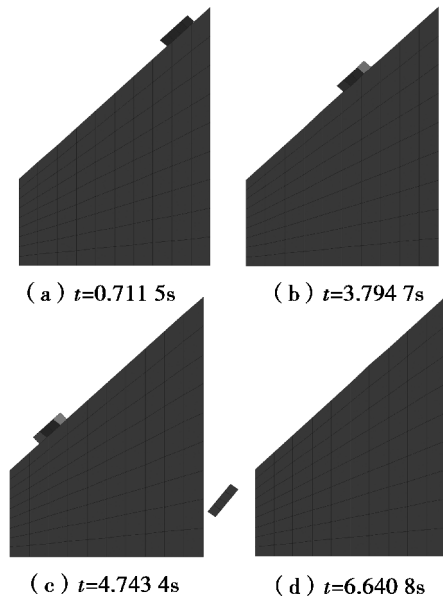


图2 变形滑块沿固定斜面下滑过程

Fig. 2 Process of sliding of a deformational block along a fixed inclined plane

$$F_s = fmg\cos\theta \quad (3)$$

式中: f 是静滑动摩擦系数; mg 是滑块的重量; θ 是斜面的倾角。

在此, $f=0.15$ 、 $m=1.08\times 10^4$ kg、 $g=10$ m/s² 及 $\theta=45^\circ$, 因此, F_s 的理论解应为 1.146×10^4 N。应当指出, 上述理论解应与所有接触节点的摩擦力之和对应。考虑到共有 8 个节点(其中有 6 个中间的节点, 坐标两两相同)与斜面接触, 所以, 一个节点的摩擦力的理论值应为 $F_s/8=1431.875$ N。由此可以发现, 滑块底面上头部的节点(A、B)的摩擦力较高, 而滑块底面上尾部的节点(D、E)的摩擦力较低, 滑块中部的节点(C)的摩擦力与理论解吻合较好。滑块沿斜面下滑时, 滑块有前倾的趋势, 这或许和滑块具有一定的高度有关。滑块前倾导致不同节点与斜面的嵌入深度不同, 滑块底面上头部的节点嵌入深度大, 法向约束反力大, 所以最大静滑动摩擦力大。

2.2 三点弯梁开裂的模拟

梁的长度及高度分别为 10 mm 和 3 mm, 被剖分成 300 个单元, 其中 192 个正方形单元, 其余为四边形单元。在梁的左下角施加固定铰支座, 而在梁的右下角施加垂直方向的滑动铰支座, 在梁的上边界且位于跨中的节点上施加向下的速度, 允许节点分离的位置仅位于跨中横截面上。峰后软化曲线采取指数形式:

$$\sigma_n = \sigma_t \exp\left(-\frac{\sigma_t}{G_f} w\right) \quad (4)$$

式中: σ_n 为法向应力; σ_t 为抗拉强度; G_f 为 I 型断裂能; w 为裂缝张开度。各种计算参数取值如下: 单元面密度 ρ 取为 2 700 kg/m², 弹性模量 E 取为 100 MPa, 泊松比 μ 取为 0.167, I 型断裂能 G_f 取为 0.1 N/mm, 抗拉强度 σ_t 取为 1.0 MPa, 时间步长 Δt 取为 1.569×10^{-7} s, 加载速度 v 取为 -0.01 m/s, 局部自适应阻尼系数 α 取为 0.8。计算在平面应变、大变形条件下进行。

获取的加载点的载荷-垂直位移曲线如图 3, 同时, 给出了文献[9]的数值结果。不同时刻梁的变形及开裂形态如图 4, 单元颜色代表最大主应力(σ_3), 单位为 Pa, 正值为拉应力, 负值为压应力。由此可以发现:

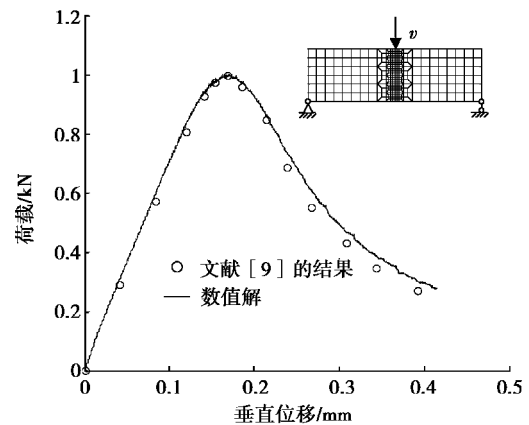


图3 加载点的载荷-垂直位移曲线

Fig. 3 Curve of load vs. vertical displacement at the loading point

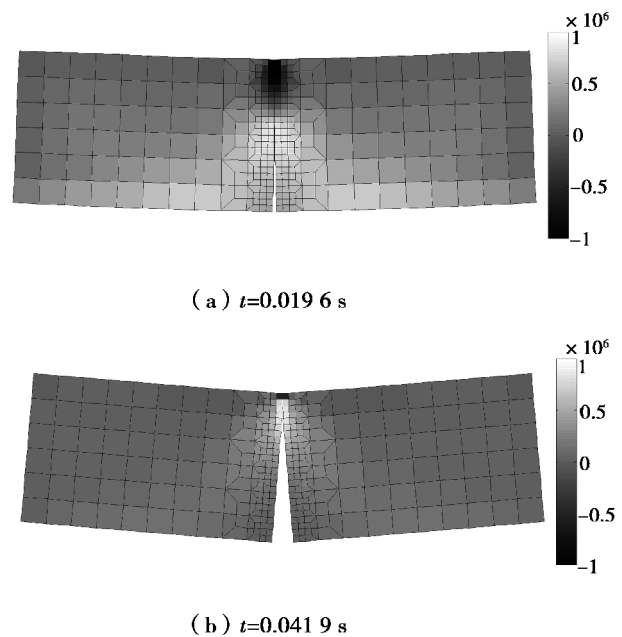


图4 不同时刻时梁的变形及开裂形态

Fig. 4 Deformation and cracking of a three-point-bending beam at different time

(1) 载荷-位移曲线的数值解包括3个阶段: 线性弹性阶段、硬化阶段及峰后的应变软化阶段。

(2) 上述两种结果较为吻合。在峰后阶段, 在相同加载点位移条件下, 本文的载荷稍高于文献[9]的结果。

3 常速度加载条件下矩形隧道围岩的变形、开裂及垮塌过程的模拟

针对隧道围岩的变形、破坏及稳定性问题, 国内外的众多研究人员基于不同的理论及方法开展了大量的理论研究和数值模拟工作, 例如弹塑性理论、损伤理论、刚塑性滑移线理论、断裂力学理论、流变理论、分叉理论、突变理论、极值点失稳理论、能量原理等。在数值模拟中, 通常将围岩视为连续介质(均质的或非均质的), 无法研究隧道围岩的垮塌过程^[10-11]。若将隧道围岩视为由块体或颗粒构成的, 采用离散元方法等非连续方法进行分析^[12], 则不适于节理、断层不断发育的情况。单纯采用连续或非连续方法, 都无法模拟隧道围岩的变形、开裂及垮塌过程。

在隧道开挖之前, 计算模型被剖分成 40×40 个正方形单元, 单元的边长为 1 m。各种参数取值如下: 法向刚度 k_n 取为 3×10^{10} N/m, 切向刚度 k_s 取为 3×10^{10} N/m, 单元面密度 ρ 取为 2 700 kg/m², 摩擦系数 f 取为 0.15, 抗拉强度 σ_t 取为 2 MPa, 重力

加速度 g 取为 10 m/s², 时间步长 Δt 取为 9.3245×10^{-5} s, 局部自适应阻尼系数 α 取为 0.8, 弹性模量 E 取为 17 GPa, 泊松比 μ 取为 0.22, 法向应力与裂缝张开度之间为线性关系, I 型断裂能 G_f 取为 100 N·m。计算在平面应变、大变形条件下进行。

模型的计算包括2步:

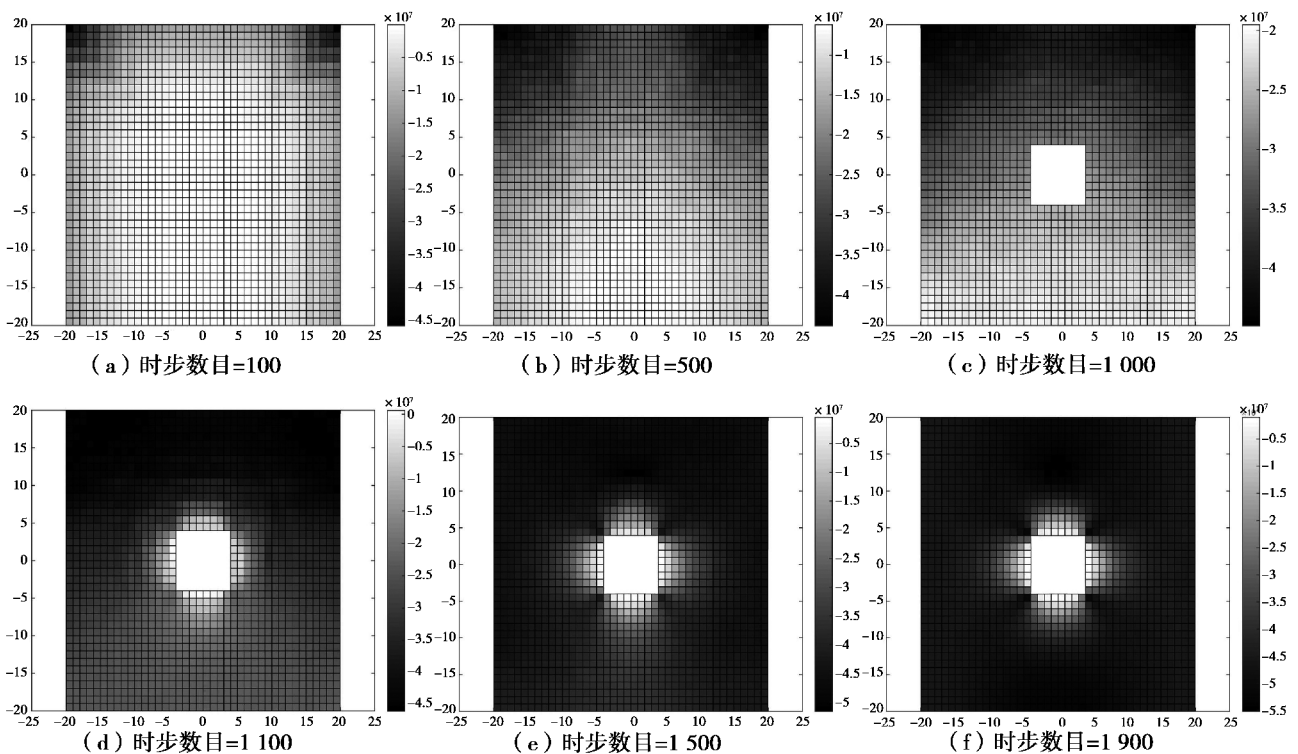
(1) 在模型(40 m×40 m)的下边界上施加法向约束, 在另外3个边界上施加 45 MPa 的压应力, 这一过程持续 1 000 个时步, 此时, 最大不平衡力已足够小;

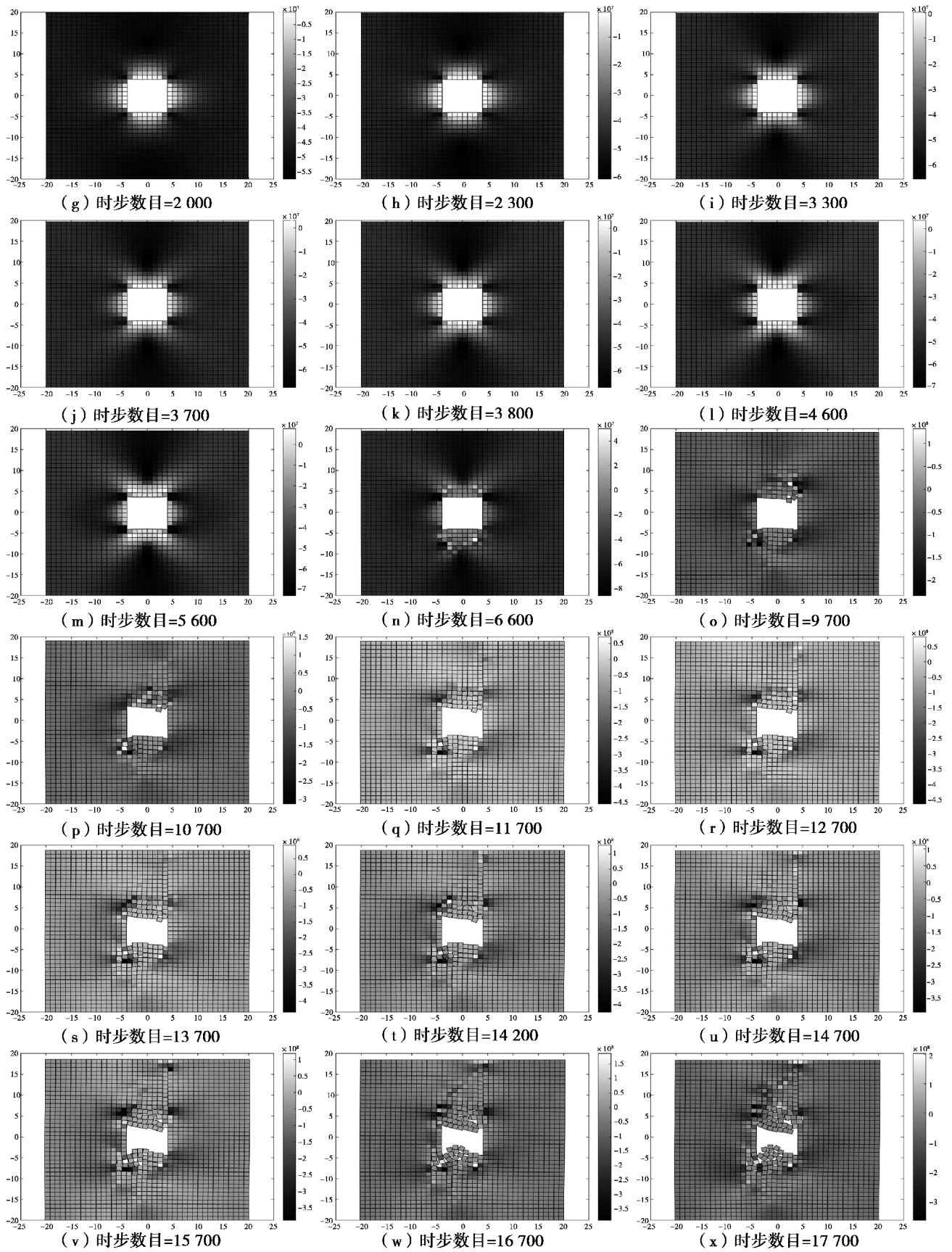
(2) 在模型的中部开挖 8 m×8 m 的正方形隧道, 在模型的上边界上进行压缩的位移控制加载, 加载速度 v 取为 -1 m/s。

图5给出了不同时步数目时的计算结果, 单元颜色代表最大主应力(σ_3), 单位为 Pa, 正值为拉应力, 负值为压应力。

当时步数目为 100 时, 模型内各单元的 σ_3 均为负值, 这意味着模型各处均受压。此时, 位于模型左上角和右上角的一些单元的 σ_3 的值较高, 接近 45 MPa(图5(a))。此时, 模型远未处于静力平衡状态。

随着时步数目的增加, 位于模型上端面附近的越来越多的单元的 σ_3 的值达到 45 MPa, 达到 45 MPa 的区域由模型的上端面向下传播(图5(b))。



图5 隧道围岩模型的 σ_3 的时空分布规律Fig. 5 Spatio-temporal distribution of σ_3 in the tunnel surrounding rock

当时步数目为1 000时,隧道被开挖(图5(c)),与此同时,模型上端面的压应力被替换为向下的速度,模型两侧所受的压应力不变。此后,模型将被进行位移控制加载。

当时步数目在1 100~1 900时,越靠近隧道表面, σ_3 的值越低(图5(d)-(f));而且,隧道两帮中部和隧道顶、底部中部的 σ_3 的值最低,接近于零。此时,模型各单元的 σ_3 仍为压应力。需要指出,此时,位于隧道两帮的 σ_3 低值区(最大主应力值下降区)在总体上呈半圆形,位于隧道顶部和底部的 σ_3 低值区的形状也是如此,两个相邻的 σ_3 低值区之间为 σ_3 的高值区。

当时步数目在2 000~3 700时,隧道顶、底部的 σ_3 任一低值区被分化成左右两个,从而形成“双耳形”(图5(g)-(j))。隧道两帮的 σ_3 低值区与隧道顶、底部的 σ_3 低值区之间区域的 σ_3 的值不断增加,压应力越来越大,隧道两帮的 σ_3 低值区有收缩的趋势。当时步数目为3 300时,隧道顶、底部中部开始出现拉应力(图5(i))。

当时步数目为3 800时,可以观察到隧道顶、底部中心处的开裂现象(图5(k))。当时步数目为6 600时,隧道顶、底部的裂缝已深入围岩3~4个单元的厚度(图5(n))。当时步数目为9 700时,隧道顶、底部的裂缝已深入围岩7~8个单元的厚度(图5(o))。此时,隧道右上角有2个单元已完全脱离围岩,开始冒落。隧道顶部开裂后冒落,隧道底部开裂后底鼓。

当时步数目为14 200时,隧道顶部的裂缝已扩展至模型的上端面(图5(t))。冒落和底鼓继续发生,隧道两帮也发生开裂。最终,松散的岩块几乎充满了半个隧道(图5(x)),隧道围岩整体垮塌。

4 结论

(1)提出的连续-非连续方法部分借鉴了拉格朗日元法、变形体离散元法及虚拟裂缝模型的有关原理,针对弹性滑块沿固定斜面下滑及三点弯梁开裂问题的计算结果能与有关的理论结果或数值结果吻合。

(2)针对矩形隧道围岩模型位移控制加载条

件下的变形、开裂及垮塌过程进行了模拟。结果表明:首先,位于隧道两帮、顶部和底部的最大主应力低值区(最大主应力值下降区)的形状呈半圆形;随着加载的进行,位于隧道顶、底部的任一个最大主应力低值区被分化成“双耳形”;随后,隧道顶、底部发生开裂,冒落和底鼓发生,隧道两帮也发生开裂;最终,松散的岩块几乎充满了半个隧道,隧道围岩整体垮塌。

参考文献(References)

- [1] Jirasek M, Zimmermann T. Rotating crack model with transition to scalar damage[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124(3): 277-284.
- [2] Swenson D V, Ingraffea A R. Modeling mixed-mode dynamic crack propagation using finite elements: Theory and applications[J]. Computational Mechanics, 1988, 3(6): 381-397.
- [3] Owen D R J, Feng Y T, De S N E A, et al. The modeling of multi-fracturing solids and particulate media [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 60(1): 317-339.
- [4] Munjiza A. The combined finite-discrete element method[M]. New York: John Wiley and Sons, 2004.
- [5] Mahabadi O K, Lisjak A, Munjiza A, et al. Y-Geo: new combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications[J]. International Journal of Geomechanics, 2012, 12: 676-688.
- [6] 常晓林, 胡超, 马刚, 等. 模拟岩体失效全过程的连续-非连续变形体离散元方法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(10): 2004-2011. (Chang Xiaolin, Hu Chao, Ma Gang, et al. Continuous-discontinuous deformable discrete element method to simulate the whole failure process of rock masses and application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(10): 2004-2011. (in Chinese))
- [7] 王杰, 李世海, 周东, 等. 模拟岩石破裂过程的块体单元离散弹簧模型[J]. 岩土力学, 2013, 34(8): 2355-2362. (Wang Jie, Li Shihai, Zhou Dong, et al. A block-discrete-spring model to simulate failure process of rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(8): 2355-2362. (in Chinese))

- [8] 张楚汉. 论岩石、混凝土离散-接触-断裂分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 217-235. (Zhang Chuhan. Discrete-contact-fracture analysis of rock and concrete[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 217-235. (in Chinese))
- [9] Wells G N, Sluys L J. A new method for modelling cohesive cracks using finite elements[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, 50(12): 2667-2682.
- [10] 王学滨, 伍小林, 潘一山. 圆形巷道围岩剪切带形成过程的能量释放模拟[J]. 地下空间与工程学报, 2014, 10(1): 43-50. (Wang Xuebin, Wu Xiaolin, Pan Yishan. Modeling of the energy release during the shear band formation in the circular tunnel surrounding rock[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2014, 10(1): 43-50. (in Chinese))
- [11] 王学滨, 伍小林, 潘一山. 圆形巷道围岩层裂或板裂化的等效连续介质模型及侧压系数的影响[J]. 岩土力学, 2012, 33(8): 2395-2402. (Wang Xuebin, Wu Xiaolin, Pan Yishan. An equivalent continuum model for exfoliation or slabbing phenomenon of surrounding rock of circular tunnel and effects of lateral pressure coefficients[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(8): 2395-2402. (in Chinese))
- [12] 虞松, 朱维申. 地震载荷作用下地下厂房围岩稳定性分析[J]. 地下空间与工程学报, 2015, 11(1): 266-270. (Yu Song, Zhu Weishen. Stability analysis of rock mass around underground powerhouse under seismic loading[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(1): 266-270. (in Chinese))

(上接第 919 页)

- [13] 魏纲, 朱昕光, 苏勤卫. 沉管隧道竖向不均匀沉降的计算方法及分布研究[J]. 现代隧道技术, 2013, 50(6): 58-65. (Wei Gang, Zhu Xinguang, Su Qinwei. Calculation and distribution of vertical differential settlement in immersed tunnels[J]. Modern Tunnelling Technology, 2013, 50(6): 58-65. (in Chinese))
- [14] 禹海涛, 袁勇, 刘洪洲, 等. 沉管隧道接头力学模型及刚度解析表达式[J]. 工程力学, 2014, 31(6): 145-150. (Yu Haitao, Yuan Yong, Liu Yongzhou, et al. Mechanical model and analytical solution for stiffness in the joint of an immersed-tube tunnel[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(6): 145-150. (in Chinese))
- [15] 杨海涛. 沉管隧道临时支承系统设计与施工控制[J]. 现代隧道技术, 2013, 50(4): 63-67. (Yang Haitao. The design and construction control for a temporary support system in an Immersed Tunnel[J]. Modern Tunnelling Technology, 2013, 50(4): 63-67. (in Chinese))
- [16] 魏纲, 裘慧杰, 丁智, 等. 海底沉管隧道施工引起的沉降实测与计算分析[J]. 现代隧道技术, 2014, 51(5): 121-128. (Wei Gang, Qiu Huijie, Ding Zhi, et al. Measurements and analysis of settlement caused by the construction of an undersea immersed tunnel[J]. Modern Tunnelling Technology, 2014, 51(5): 121-128. (in Chinese))
- [17] 裘慧杰. 沉管隧道施工期沉降监测分析及基础层模型试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2014. (Qiu Huijie. Study of base layer model experiment and construction settlement analysis in immersed tube tunnel[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014. (in Chinese))
- [18] 韩勇, 李圃林, 李军, 等. 获得土体回弹模量的方法研究[J]. 绿色科技, 2012(1): 184-186. (Han Yong, Lin Pulin, Li Jun, et al. Research on method of obtaining soil rebound modulus[J]. Journal of Green Science and Technology, 2012(1): 184-186. (in Chinese))
- [19] 苏勤卫. 海底沉管隧道管段沉降与应变研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2015. (Su Qinwei. Study on pipe settlement and strain of undersea immersed tube tunnel[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015. (in Chinese))