

基于点的有偏生成的二维边坡滑移面搜索*

贾宝新^{1,2}, 贾志波¹, 庞旭阳¹

(1. 辽宁工程技术大学 土木与交通学院, 辽宁 阜新 123000; 2. 中国地震局地质研究所, 北京 100000)

摘 要:为解决边坡滑移面搜索中运算量大的缺点,提出一种基于灰色系统理论中点的有偏生成的二维边坡滑移面搜索的新方法。新方法可以通过点的生成模拟各种形式曲线,生成曲线无较大震荡,符合工程实际。同时,新方法将小波去噪分析引入到对拾取后的边坡滑移面的处理中,在不影响精确的前提下大大降低了运算量。通过3个不同类型算例与其他拾取方法进行观察和对比,得出新的搜索方法与以往方法所拾取的滑移面基本吻合,边坡稳定性系数误差分别为0.67%、1.06%、0.823%。结果表明这种滑移面生成和处理的新方法不但能模拟各种形式的滑移面同时还可以减少程序运算量,适用于多种形式的边坡的安全稳定性分析。

关键词:边坡工程;边坡稳定性分析;小波变换;危险滑移面;灰色模型

中图分类号: TU457 文献标识码: A 文章编号: 1673-0836(2018)03-0664-08

Searching for Slip Surface of Two-dimensional Slope Based on the Partial Generation of Point

Jia Baoxin^{1,2}, Jia Zhibo¹, Pang Xuyang¹

(1. School of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, P.R. China;
2. Institute of Geology, China Earthquake Administration, Beijing 100000, P.R. China)

Abstract: In order to solve the disadvantage of large amount of computation in the search of slope slip surface, a new method for searching slope slip surface of two-dimensional was proposed based on partial generation of points in gray system theory. The new method can simulate all kinds of form curves through the generation of the point, and the curve is not large and the vibration is in accordance with the engineering practice. At the same time, wavelet analysis is introduced to the processing of the slip surface, which greatly reduces the computational complexity without affecting the accuracy. Through comparing the new method with the traditional method by three examples, the slip surfaces of the two methods are approximately the same. The relative errors of slope stability coefficients are 0.67%, 0.96% and 0.823% respectively. The results show that the new method can not only simulate various forms of sliding plane, but also reduce the amount of program operation. The new method can be used to analysis the safety and stability of slope in various forms.

Keywords: slope engineering; slope stability analysis; wavelet transform; dangerous slip surface; grey model

0 引言

在边坡稳定性分析中,对安全系数的定义存在不同的观点。以极限理论为代表的强度储存原理

普遍为大家所接受,在边坡稳定性分析中占有重要地位且应用广泛。其步骤主要包括对边坡稳定系数的计算和滑移面的确定。目前,基于极限理论边坡稳定系数求解方法有很多,例如 Bishop 法、

* 收稿日期:2017-12-21(修改稿)
作者简介:贾宝新(1978-),男,辽宁抚顺人,博士,副教授,主要从事岩土工程、地下工程等领域的教学与科研工作。
E-mail:jbx_811010@126.com

Spencer 法、Janpu 法等,这些都是基于对于土条受力进行不同假设和简化得到的^[1-3]。对于滑动面的选取,当边坡为均质时我们通常假设滑移面为圆形或椭圆形,这满足实际工程的要求。而现实的边坡工程大多为非均质的复杂边坡,基于这种假设计算得到的安全系数就会与真实状况存在较大的误差。因此,对非均质复杂边坡的滑移面搜索成为计算边坡安全稳定性系数中的首要面对的问题^[4-5]。

目前,对于边坡滑移面的搜索已形成了一些共识,即均质土体一般采用圆弧形滑面,而非均质土一般为弧形滑面,其中的关键点是前缘剪出口、后缘拉裂面的位置确定。但这对于存在软弱夹层的边坡不适用,且存在较大的误差。

近些年来,随着计算机技术的发展和计算能力的增强,其在边坡稳定性计算中发挥出了巨大的作用。郑颖人等^[6]在边坡的有限元分析上做出了很多成果。考虑到对边坡整体进行折减不能反映真实受力,其后杨光华等^[7]提出了局部强度折减,其思想是在进行有限元分析时通过逐步扩大折减区域直至形成一条完整的滑动曲面而得到滑动曲面。孙冠华等^[8]也提出了在弹塑性有限元分析找出塑性应变最大位置的基础上找出潜在滑移曲线,再对曲线进行最小二乘拟合,做平滑处理。这些方法虽然能反映边坡的受力情况,但对滑移面的搜索较大地依赖于临界平衡标准的确定,不同的临界平衡标准会对其滑动面的搜索结果产生影响。而现在对有限元临界标准还没有达到统一^[9-11]。文献[3]中邓东平提出了一种基于随机角度的边坡滑移面搜索,此方法的实质是极坐标的一种应用,此方法优点在于只有一个参数,但存在对 x 点序列坐标如何选取的问题,在搜索前需要寻找最佳的点的等差序列。对于如何减少运算量加快搜索速度,本文认为应从实际滑动面特征出发,即减少或去除在滑动面搜索中不符合实际情况的滑移曲线。

通过参考灰色系统理论中对于点的序列的均值生成和有偏生成的方法,提出一种新的边坡滑移面的搜索方法,这种方法可以模拟各种可能出现的边坡滑移曲线,且具有光滑和无较大震荡的特点。对边坡滑移曲线的处理上,引入小波降噪,解决了整体极值搜索法搜索次数大、搜索速度较慢的缺点^[12]。

1 点的有偏生成

灰色系统理论本质是通过部分已知数据对未

知数据进行预测,而在对已知的部分数据进行搜集时,常常遇到由于一些不可克服因素使某些数据缺失而留下空穴的状况。而有些数据虽然完整,但由于某个时间或空间里受到一些与实验无关因素的影响而形成异常数据,对实验的理论分析推导和结果的预测都会产生较大的影响,所以对异常数据的剔除是数据处理中重要一步。在剔除后同样会产生空穴,如果要对数据进行使用,则需要对空穴位置进行填补处理。

在灰色系统理论中,常用的数据生成方法是均值生成法,均值生成是有偏生成的一种特殊形式。有偏生成公式为 $y_k = \alpha y_{k-1} + (1-\alpha)y_{k+1}$,这种方法通过调整 α 值进而能调整空穴前值和后值在新值生成中的比重。当 α 取值大于 0 小于 1 时, α 值越大则越倚重于前值,反之, α 越小则越倚重于后值。这种取值方式最大的优点是新值取值范围大于等于紧邻两值中的最小值,小于等于两值中的最大值(如图 1),对于整体数列不会产生较大的波动和较小角度的突变转折。基于这种性质,将点的有偏生成引入到边坡滑移面搜索,在模拟各种滑移曲线的同时还可以减少不必要的运算,从而提高搜索能力。

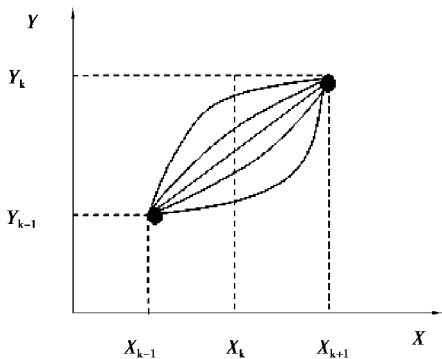


图 1 点的有偏生成

Fig. 1 Partial generation of point

2 小波去噪

小波分析是在傅里叶变换上提出的一种时-频分析方法,克服了傅里叶只能在时域上分析信号的缺点,具有多分辨率分析的特点。通过尺度函数和基小波函数可以调节窗口形状,在信号的低频处有较高的频域分辨率,在高频处有较高的时域分辨能力,这符合对信号分析处理的要求。正是这种优越性,可以使小波分析像显微镜一样观测信号的特征,使其在非稳定的信号分析处理中广泛应用^[13-14]。

小波去噪的本质为带通滤波器,通过正交小波和尺度函数进行快速分解,将原信号以不同尺度分离,分别展现其特征。通过对原信号特征的分析 and 对比使低频信号的保留,对高频信号选择性滤波进而达到去噪的目的。多尺度分解是由 Mallat 所提出用来构造 φ 和 ψ 方法,这种方法可以更好地用于解决实际问题。设 $\{V_j\} J \in Z$ 是由尺度函数 φ 生成的多分辨分析,则有两尺度方程^[15]:

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k \varphi(2x - k) \quad (1)$$

对小波函数进行定义:

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k \varphi(2x - k); \quad (2)$$

得到信号 f_i 做正交小波分解得:

$$f_i(x) = \sum_{k \in Z} c_{j-1,k}(x) + \sum_{k \in Z} d_{j-1,k} \varphi_{j-1,k}(x); \quad (3)$$

经推导可得 Mallat 分解算法:

$$c_{j-1,k} = \sum_{n \in Z} \bar{h}n - 2kc_{jn}, d_{j-1,k} = \sum_{n \in Z} \bar{g}n - 2kc_{jn} \quad (4)$$

Matllat 重构算法:

$$c_{j,n} = \sum_{n \in Z} h_{n-2k} c_{j-1,k} + \sum_{n \in Z} g_{n-2k} d_{j-1,k} \quad (5)$$

在边坡滑移面搜索中,搜索速度和准确度是矛盾的关系。由于运算能力的限制,构成滑移面的点的生成具有较大的随机性,所以搜索面与真实滑移面间具有随机误差。这种误差以冲击和干扰的形式表现在滑移曲线所构成的信号上。搜索构成的滑移面虽然能构建滑移面的整体趋势,但在细节上存在不合理的角度转折和波动,不符合工程实际情况,需要对异常点进行处理。增加搜索点数量是减少误差和波动的最理想手段,但随着点的增加,大大增加了程序的运算量,实为不可取。

在滑移面搜索中边坡滑移面的处理符合带通滤波器的原理,对滑移面进行多尺度分解可以把存在异常的随机点在不同尺度上分离进而剔除,使之得到更加符合工程实际情况的滑移面,减少了程序运算量。

3 基于点的有偏生成的边坡滑移面的搜索

3.1 搜索方法的实现

(1)假定 A, B 点分别为假想滑移曲线与边坡上下缘的交点,该假设的上下缘交点位置并不是最终位置,只是粗略范围性假设,范围需大于实际交

点范围,即包括其真实交点可能出现的位置即可。如图 2(a)。

(2)基于有偏生成的 N 次拟合,取随机向量 $\alpha_n = [\alpha_{n,1}, \alpha_{n,2}, \cdots, \alpha_{n,n}], \alpha_{i,j} \in [0, 1]$

一次拟合:

对区间 $[x_a, x_b]$ 二等分,取中点 $y_{11} = 0$,这样分区后进行点的随机有偏生成克服了 y 值不能小于 $\min[y_a, y_b]$ 的限制,如图 2(b)所示。取点 $X_{1,1}$ 为:

$$x_{1,1} = \frac{x_a + x_b}{2}, y_{1,1} = 0 \quad (6)$$

二次拟合:

对区间 $[x_a, x_{1,1}]$ 和 $[x_{1,1}, x_b]$ 分别二等分,进行点的随机有偏生成,如图 2(c)所示。

取 $\alpha_2 = [Rnd(), Rnd()]$,取点 $X_{2,1}(x_{2,1}, y_{2,1}), X_{2,2}(x_{2,2}, y_{2,2})$ 为:

$$x_{2,1} = \frac{x_a + x_{1,1}}{2}, y_{2,1} = \alpha_{2,1}y_a + (1 - \alpha_{2,1})y_{1,1} \quad (7)$$

$$x_{2,2} = \frac{x_{1,1} + x_b}{2}, y_{2,2} = \alpha_{2,2}y_{1,1} + (1 - \alpha_{2,2})y_b \quad (8)$$

N 次拟合:

对区间 $[x_a, x_{n-1,1}]$ 和 $[x_{n-1,1}, x_{n-1,2}], \cdots, [x_{n-1,k-1}, x_{n-1,k}], \cdots, [x_{n-1,n-1}, x_b]$ 分别二等分,并进行点的随机有偏生成,如图 2(d)所示。

取 $\alpha_n = [Rnd(), \cdots, Rnd()]$,取点 $[X_{n,1}(x_{n,1}, y_{n,1}), X_{n,2}(x_{n,2}, y_{n,2}), \cdots, X_{n,n}(x_{n,n}, y_{n,n})]$ 为:

$$x_{n,1} = \frac{x_a + x_{n-1,1}}{2} \quad (9)$$
$$y_{n,1} = \alpha_{n,1}y_a + (1 - \alpha_{n,1})y_{n-1,1}$$

$$x_{n,k} = \frac{x_{n-1,k-1} + x_{n-1,k}}{2} \quad (10)$$
$$y_{n,k} = \alpha_{n,k}y_{n-1,k-1} + (1 - \alpha_{n,k})y_{n-1,k}$$

$$x_{n,n} = \frac{x_{n-1,n-1} + x_b}{2}, y_{n,n} = \alpha_{n,n}y_{n-1,n-1} + (1 - \alpha_{n,n})y_b \quad (11)$$

(3)连接点 $X_a, X_{n,1}, \cdots, X_{n,n}, X_b$,即为基于 n 次点的有偏生成所形成的滑动面。

这种方式中 n 次拟合所形成的点 $X_{n,k}$ 是依靠 $n-1$ 次中紧邻值 $X_{n-1,k-1}$ 和 $X_{n-1,k}$ 所得到的。随着拟合次数的增加,对随机曲线的约束逐渐增强,从而确定一条曲线。这样不但可以对滑动曲线进行模

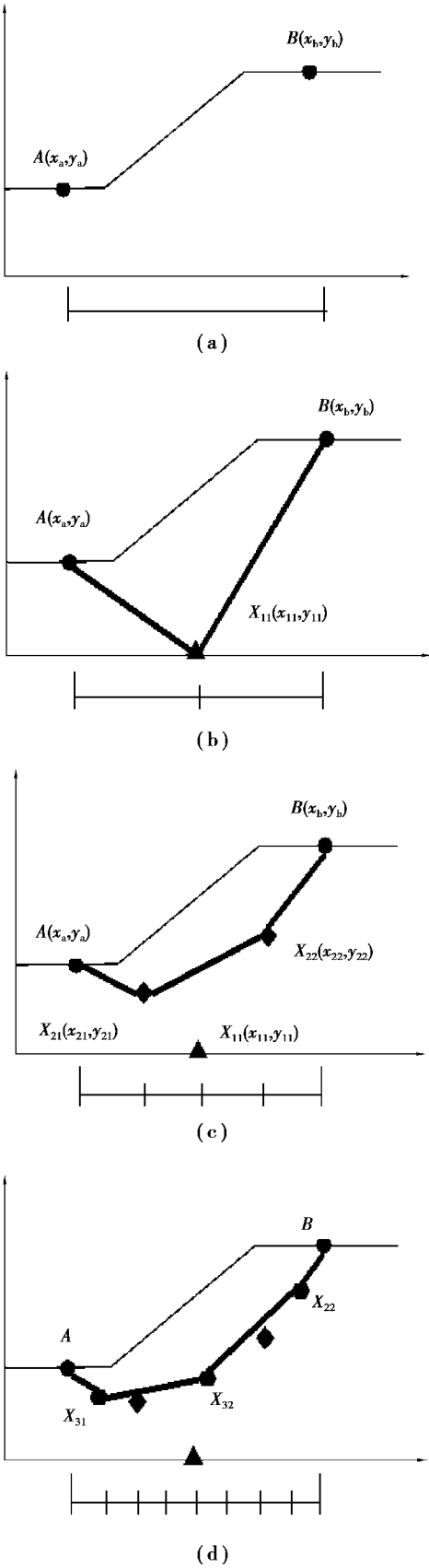


图 2 近似曲线构造

Fig. 2 Structure of approximate curves

拟,还避免了新点随机生成时可能产生的较大幅值波动。每增加一次拟合即增加一个点, N 次拟合后最后形成的曲线有 $N+2$ 个点。

3.2 小波去噪

由于有偏生成的滑移曲线对 x 轴选线是等分实现的,所以可以采用离散小波去噪对数据进行处理。在小波去噪时,常用的小波有 haar, dbN, bior 等小波函数。Haar 小波是最先提出的、具有紧支撑的正交小波函数。Haar 小波虽然具有简单性,其非连续构造的信号是一个阶梯型函数,考虑到本文拟合的次数有限,所以不具有理想的适用性。dbN 小波的缺点是其不具有对称性,且在时域上也为有限支撑。在其后提出了 bior 小波,该小波能有效解决使用同一个滤波器进行分解和重构的对称性和重构精确性的矛盾。考虑滑移面搜索的特点,经过比较采用 bior 小波^[15]。

小波函数的选取与点的选取有关,同一边坡不同的拟合次数需要选取合适的小波去噪才能得到较好的效果。 N 次拟合即为 $N+2$ 个点,取 N 为 500 (即 500 次拟合)为例,对拾取的滑移曲线进行去噪。通过观察比较,以 bior3.1 为小波函数对滑移曲线进行 6 尺度分解有较好的去噪效果。图 3 为滑移曲线去噪后对 a_6+d_6 后重构与原滑移面对比。

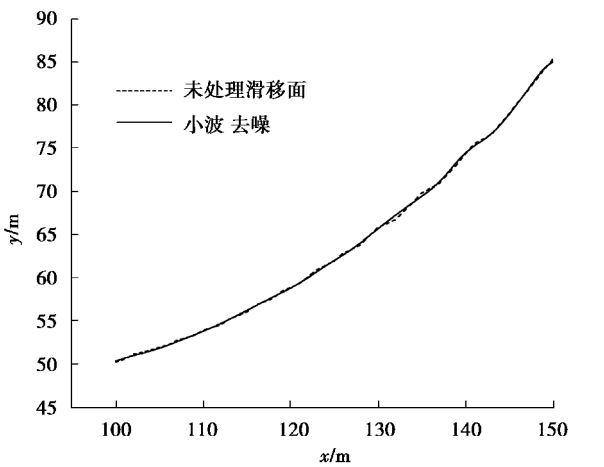


图 3 小波函数降噪后的边坡滑移面

Fig. 3 Slope slip surface after wavelet denoising

对比图中两曲线可以看出,对拾取的滑移面进行多尺度小波去噪后,不但能保留滑移面的自身特点和趋势,还能对不符合实际工程小角度波动和震荡部分进行滤波处理。处理后的滑移面更符合工程实际要求,证明用小波去噪对滑移面进行去噪处理具有实用性和合理性。

3.3 边坡稳定系数 F_s 求解

相比于传统的瑞典条分法等方法,Janbu 法由于引入了力和力矩平衡条件,其计算过程相对较为复杂。为了简化计算,采用简化 Janbu 法。Janbu 法边坡稳定系数迭代求解公式为:

$$F_s = \frac{\sum_i^n (c_i b_i + W_i \tan \varphi_i) \frac{1}{m_{\theta i}}}{\sum_i^n W_i \sin \theta_i} \tag{12}$$

$$m_{\theta i} = \cos \theta_i + \frac{\sin \theta_i \tan \varphi_i}{F_s} \tag{13}$$

式中: F_s 为边坡安全系数; W_i 为第 i 个土条重量; θ_i 为第 i 个土条底面曲线中点切线夹角; b_i 为土条宽度; c_i 为土条底面处黏聚力; φ_i 为内摩擦角。

对简化 Janbu 法求边坡稳定系数公式中参数进行简化处理,如图 4 所示。

$$W_i = \gamma (X_i - X_{i-1}) (h_i + h_{i-1}) / 2 \tag{14}$$

$$\theta_i = \arctan \frac{h_{i-1} - h_i}{X_i - X_{i-1}} \tag{15}$$

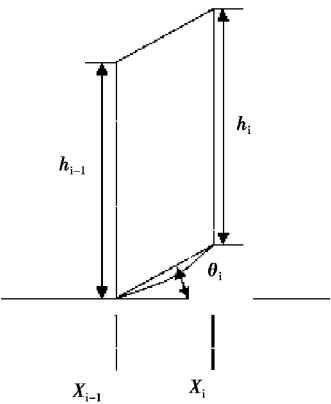


图 4 简化计算模型

Fig. 4 Model of simplified calculation

3.4 搜索流程

对于极值的搜索,需要多次的迭代才能达到精度要求。首先需要确定搜索次数 N 并选择合理的小波函数和分解尺度。对于滑移曲线起终点的选择,与传统方法相比具有较强的实用性,不需要对其精确假设。选点原则为区间范围需适当大于真实滑动曲线区间。选点后进行多次曲线拟合产生随机曲线,这时的曲线还具有较大的随机性和波动性,通过小波去噪可以对小角度的震荡和波动进行处理得到平滑曲线。随后代入 Janbu 迭代公式求出边坡的稳定性系数 F_s 。如此循环多次,便可得

到一个 F_s 最小值和最危险滑动面。搜索流程如图 5 所示。

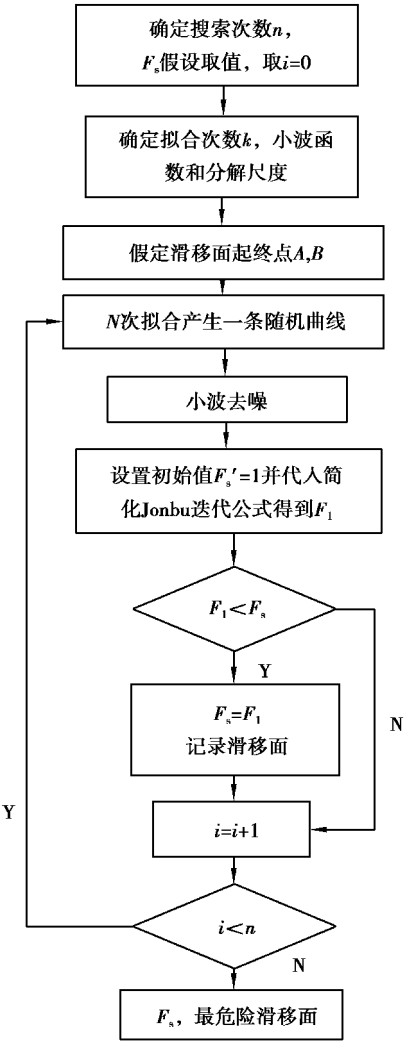


图 5 搜索流程图

Fig. 5 Flowchart for searching

4 算例

为验证本文搜索方法,采用 3 种具有代表性的边坡作为代表算例。算例 1 为非均质边坡,算例 2 为非均质台阶形边坡,算例 3 为非圆弧滑动面边坡,分别计算并与以往的其他方法相比较分析其适用性可靠性。

4.1 算例 1

图 6 为一典型非均质边坡,此模型最初被提出是用于检验各种算法的可靠性^[16],其给出的合理安全系数参考值为 1.344。土坡坡高 $H=10$ m,坡比为 1:2。土质主要分为 3 种,在边坡上呈不均匀分布,土质物理参数见表 1。

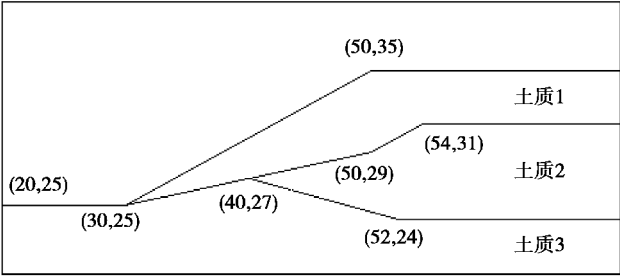


图 6 非均质边坡计算模型(单位:m)

Fig. 6 Calculation model of non homogeneous slope(unit:m)

表 1 非均质边坡土质参数

Table 1 Soil parameters of non homogeneous slope					
土质类别	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	E/kPa	ν
土质 1	0.0	38.0	19.5	1.0×10^4	0.25
土质 2	5.3	23.0	19.5	1.0×10^4	0.25
土质 3	7.2	20.0	19.5	1.0×10^4	0.25

本文采用 $N=500$,即以 502 个点拟合曲线,以 bior3.1 为小波函数进行 6 尺度分解,对 a_6+d_6 进行重构。通过与 1987 年澳大利亚计算机协会所给出的标准滑移曲线进行对比,从图 7 中可以看出,本文的搜索方法与标准曲线相接近。与标准的稳定性系数 1.344 对比,本文通过对滑移面搜索所计算的稳定性系数为 1.335,相对误差为 0.67%,说明本文方法对非均质边坡滑移曲面的搜索具有较好的可靠性。

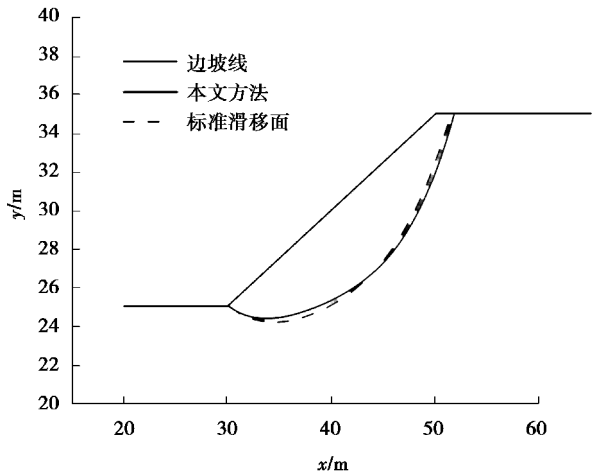


图 7 非均质边坡危险滑动面

Fig. 7 The critical failure surface of non homogeneous slope

4.2 算例 2

图 8 为一典型的公路边坡,具有阶梯性特点^[17]。土质为 2 种,其材料参数见表 2。

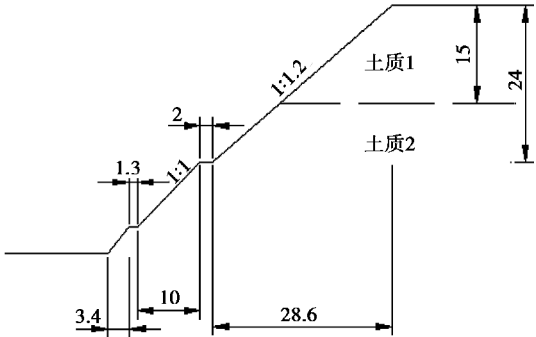


图 8 梯形边坡计算模型(单位:m)

Fig. 8 Calculation model of trapezoidal slope(unit:m)

表 2 梯形式边坡土质参数

Table 2 Soils parameters of trapezoidal slope					
土质类别	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	$\gamma/(\text{KN}\cdot\text{m}^{-3})$	E/kPa	ν
土质 1	34.0	26.0	24.0	2.0×10^4	0.35
土质 2	39.0	35.0	24.0	5.0×10^4	0.30

与算例 1 类似,本次搜索 N 取值 100,即以 102 次拟合曲线,进行危险滑移面搜索。小波函数的采用 bior3.1 小波进行 3 尺度分解,并对 a_3+d_3 重构。与文献[7] 基于最大塑性应变危险滑动面对比结果如图 9。最大塑性应变稳定性系数为 1.43,本文搜索法稳定性安全系数为 1.415。两种方法危险滑动面相接近,特别是在坡脚处两滑移面已接近重合,稳定性系数相对误差为 1.06%。

4.3 算例 3

该土坡由 3 层组成,中间层为一软弱夹层如图 10,土质材料参数见表 3^[18]。

表 3 含软弱夹层土坡材料参数

Table 3 Soil parameters of slope with weak interlayer					
土质类别	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	E/kPa	ν
土质 1	20.0	26.0	15.0	15	0.33
土质 2	0.0	26.0	18.0	2	0.45
土质 3	100.0	35.0	20.0	100	0.35

本例搜索 N 取值 200,即以 202 次拟合曲线进行危险滑移面搜索。小波函数的采用 bior3.1 小波进行 5 尺度分解,并对 $a_5+d_5+d_4+d_3$ 重构,计算边坡稳定性系数为 1.58。文献[18]中采用 POS 方法计算的稳定性系数结果为 1.567,相对误差为 0.823%。图 9 为 POS 法和本文方法滑移面对比。从图中可以看出,两滑移面趋势相接近,符合工程实际。

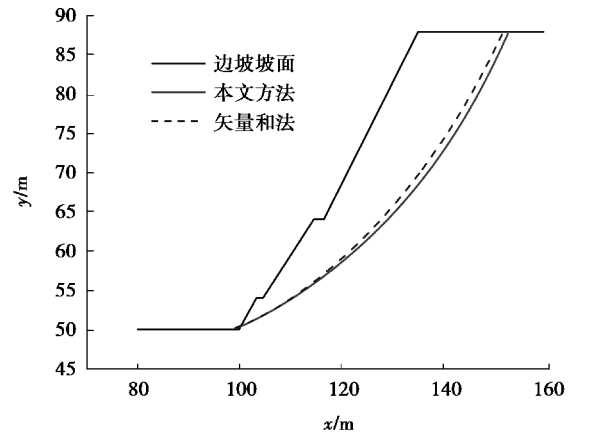


图 9 梯形边坡危险滑动面

Fig. 9 The critical failure surface of trapezoidal slope

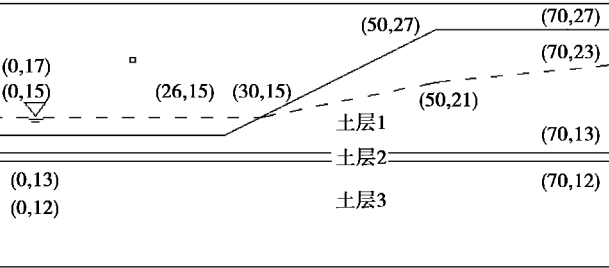


图 10 含软弱夹层土坡(单位:m)

Fig. 10 Calculation model of slope with weak intercalated layer(unit:m)

通过 3 个算例的计算对比,说明本文中基于点的随机有偏生成的边坡滑移面搜索能够用于工程中圆弧滑动面和非圆弧滑动面的边坡的安全评定,能对现场施工安全提供借鉴和指导。

5 结论

(1)文中构造滑移面的方法不再需要对于滑移面与边坡上下缘交点进行精确假设。有偏生成构成的曲线能有效避免相邻点间出现小角度转折和较大波动,且不限于以往的圆形和椭圆形,能

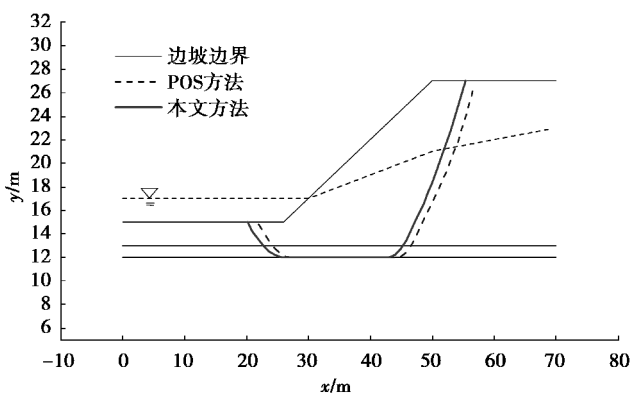


图 11 含软弱夹层边坡危险滑动面

Fig. 11 The critical failure surface of slope with weak interlayer

模拟各种可能出现的边坡滑移面。

(2)对滑移曲线采用多尺度离散小波去噪,可以剔除由于循环次数不足和插值点稀疏而产生的误差,使之更符合工程实际。小波函数的选取和尺度的选择与偏值生成拟合次数 N 有关。小波函数的选取是否合理,直接影响着滑移曲线的准确性。如何通过不同拟合次数选取合理的小波基和尺度,将是接下来将研究内容。

(3)对 3 个算例进行滑移曲线搜索的结果表明,本文的方法对圆弧和非圆弧滑动面边坡等都具有较好的适用性,对边坡工程具有实际的指导意义。

参考文献 (References)

[1] 邓东平,李亮,赵炼恒.基于 Janbu 法的边坡整体稳定性滑动面搜索新方法[J].岩土力学,2011,32(3):891-898. (Deng Dongping, Li Liang,Zhao Lianheng. A new method of sliding surface searching for general stability of slope based on Janbu method [J].Rock and Soil Mechanics,2011,32(3):891-898. (in Chinese))

[2] 张均锋,王思莹,祈涛.边坡稳定分析的三维 Spencer 法[J].岩石力学与工程学报,2005,19(24):3434-3439. (Zhang Junfeng, Wang Siying, Qi Tao. Three - dimensional spencer method for slope stability analysis [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2005,19(24):3434-3439. (in Chinese))

[3] 邓东平,李亮.两种滑动面型式下边坡稳定性计算方法的研究[J].岩土力学,2013,34(2):372-380,410. (Deng Dongping, Li Liang. Research on calculation methods of slope stability under two types of sliding

- surface[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(2): 372-380, 410. (in Chinese))
- [4] 万文,曹平,冯涛,等.基于加速混合遗传算法搜索复杂边坡的最危险滑动面[J].岩土工程学报,2006,28(4):475-479.(Wan Wen, Cao Ping, Feng Tao, et al. Searching for the most dangerous failure surface of complex slope based on accelerating hybrid genetic algorithm [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(4): 475-479. (in Chinese))
- [5] 丰定祥,吴家秀,葛修润.边坡稳定性分析中几个问题的探讨[J].岩土工程学报,1990,12(3):1-9.(Feng Dingxiang, Wu Jiaxiu, Ge Xiurun. Some problems of slope stability analysis [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(3): 1-9. (in Chinese))
- [6] 郑颖人,赵尚毅.有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J].岩石力学与工程学报,2004,23(19):3381-3388.(Zheng Yingren, Zhao Shangyi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(19): 3381-3388. (in Chinese))
- [7] 杨光华,钟志辉,张玉成,等.用局部强度折减法进行边坡稳定性分析[J].岩土力学,2010,31(增2):53-58.(Yang Guanghua, Zhong Zhihui, Zhang Yucheng, et al. Slope stability analysis by local strength reduction method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(Supp. 2): 53-58. (in Chinese))
- [8] 孙冠华,郑宏,李春光.基于等效塑性应变的边坡滑面搜索[J].岩土力学,2008,29(5):1159-1163.(Sun Guanhua, Zheng Hong, Li Chunguang. Searching critical slip surface of slopes based one equivalent plastic strain [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(5): 1159-1163. (in Chinese))
- [9] 赵尚毅,郑颖人,张玉芳.极限分析有限元法讲座——II有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J].岩土力学,2005,26(2):332-336.(Zhao Shangyi, Zheng Yingren, Zhang Yufang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 332-336. (in Chinese))
- [10] 刘新荣,涂义亮,钟祖良,等.基于能量突变的强度折减法边坡失稳判据研究[J].中南大学学报(自然科学版),2016,47(6):2065-2072.(Liu Xinrong, Tu Yiliang, Zhong Zuliang, et al. Slope's failure criterion based on energy catastrophe in shear strength reduction method[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(6): 2065-2072. (in Chinese))
- [11] 史恒通,王成华.土坡有限元稳定分析若干问题的探讨[J].岩土力学,2000,22(2):152-155.(Shi Hengtong, Wang Chenghua. Some problems infinite element analysis is of slope stability [J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 22(2): 152-155. (in Chinese))
- [12] 刘春,杜俊生,王敬堃.基于灰色关联分析理论的边坡稳定性预测[J].地下空间与工程学报,2017,13(5):1424-1430.(Liu Chun, Du Junsheng, Wang Jinkun. Prediction of slope stability based on gray relational analysis theory [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2017, 13(5): 1424-1430. (in Chinese))
- [13] Chui C K. Wavelets: A tutorial in theory and applications [M]. Boston: Academic Press, 1992.
- [14] Daubechies I. The wavelet transform, time- frequency localization and signal analysis [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1990, 36(5): 961-997.
- [15] 易富,朱尧,金艳,等.灰色模型预测软土地基沉降的小波降噪分析[J].公路交通科技,2014,31(2):21-26.(Yi Fu, Zhu Yao, Jin Yan, et al. Analysis of wavelet denoising for predicting soft soil foundation settlement with grey model [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2014, 31(2): 21-26. (in Chinese))
- [16] 陈祖煜.土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M].北京:中国水利水电出版社,2003.(Chen Zuyu. Earth slope stability analyses—theory, method and programs [M]. Beijing: China Water Power Press, 2003. (in Chinese))
- [17] Zheng H, Tham L G, Liu D F. On two definitions of the factor of safety commonly used in the finite element slope stability analysis [J]. Computers and Geotechnics, 2006, 33(3): 188-195.
- [18] 陈云敏,魏新江,李育超.边坡非圆弧临界滑动面的粒子群优化算法[J].岩石力学与工程学报,2006,25(7):1443-1449.(Chen Yunmin, Wei Xinjiang, Li Yuchao. Locating non-circular critical slip surfaces by particle swarm optimization algorithm [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(7): 1443-1452. (in Chinese))