

路基边坡冲刷特性的颗粒流模拟*

冯兴波^{1,2}, 宋丹青¹, 徐永福¹

(1.上海交通大学 土木工程系,上海 200204;2.上海亚太国际房地产有限公司,上海 200335)

摘 要:利用离散元软件 PFC^{2D}(Particle Flow Code)模拟边坡冲刷的特点,考虑坡度、径流流速、粒径、粘土 c 值、砂土摩擦角 φ 值等影响因素,模拟粘土和砂土两种边坡。粘土边坡模型的建立采用 BPM(Bonded Particle Model)模型,即通过在颗粒之间设置粘聚力,将不同的颗粒粘结在一起。主要研究基于 PFC^{2D}的边坡冲刷特性,得出边坡冲刷破坏的形态规律,并通过设定冲刷准则以考虑临界冲刷速度,通过 Fish 语言编程记录颗粒的位移大小。由模拟得出粘土路基边坡由于颗粒之间的粘结作用会呈现团粒、块状冲起或片状剥落;砂土边坡呈现出平行于边坡表面的颗粒层状冲刷剥落,即形成冲刷沟。并得出临界冲刷速度与粒径、坡度等的大致关系,并与实际的物理模型实验结果进行对比,结果一致,可为路基边坡的防护措施提供参考意见。

关键词:路基边坡;边坡冲刷;PFC^{2D};破坏形态;冲刷速度

中图分类号:TU42 文献标识码:A 文章编号:1673-0836(2018)02-0558-07

Simulation Research on Characteristics of Embankment Slope under Rainfall Scour

Feng Xingbo^{1,2}, Song Danqing¹, Xu Yongfu¹

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Shanghai Jiao tong University, Shanghai 200240, P.R. China;
2. Shanghai Asia Pacific International Real Estate Co. Ltd., Shanghai)

Abstract: Using PFC^{2D}(Particle Flow Code) to simulate the response of embankment slop under rainfall action in order to reveal the characteristics of embankment in that condition. During the simulation research we take kinds of variable into consideration such as slope angle, friction angle, diameter of particle, flow velocity et al. Two kinds of slope were simulated, one is sand slope and the other is clay slope. The clay slope was simulated using the Bonded Particle Model (BPM) then the particles will fall off from slope under rainfall action for the bond between two particles will break. We obtain the general breakage shape of two kind slopes, and the critical erosion velocity is considered by setting the scour criterion. The failure mode of clay and sand slope is not exactly same. Due to the bonding effect between particles clay slope will failure by particles in aggregate or in block or flaking. Meanwhile particles of sand slope peel off from slope parallel to slope surface that is the formation of gullying. The simulation results are consistent with the actual physical model, and provide a reference for the prevention and control measures of the embankment slope.

Keywords: embankment slope; slope erosion; PFC^{2D}; failure mode; erosion velocity

* 收稿日期:2017-1004-28(修改稿)
作者简介:冯兴波(1988-),男,江苏淮阴人,硕士,主要从事颗粒破碎和边坡冲刷的理论和颗粒流模拟研究。
E-mail:344190721@qq.com
通讯作者:徐永福(1967-),男,博士,教授,博士生导师,主要从事非饱和土、分形介质力学、地基处理等教学与科研。
E-mail:yongfuxu@sjtu.edu.cn
基金项目:国家自然科学基金(41272318,41472251)

0 引言

路基边坡作为公路的关键支撑部分,在外部环境中的综合表现会对道路的实际使用产生很大影响。路基边坡在设计、施工后的稳定性一般满足使用要求,但因坡面长期处于降雨等作用下,雨水的侵蚀冲刷作用较为显著,在水流的作用下,使得土颗粒间的抗剪能力降低,进而发生变形、土壤流失等,最后造成边坡土体失去稳定。方建瑞等^[1]系统地介绍了边坡稳定性分析方法的研究现状与发展动态,以及今后研究的展望等。现阶段对于边坡冲刷也有很多相关的研究,从降雨特征、边坡形态特征、边坡土层特性、边坡冲刷机理等方面都有一定的研究,其中有降雨作用下冲刷对边坡稳定性的影响进行的理论分析^[2-8],以及一些数值模拟^[9-11]和模型试验^[12-14]。但是目前对于路堤边坡在流体-土颗粒耦合作用下引起的破坏研究还并不多,现有的一些研究成果也主要是关于坡面冲刷特征、冲沟产生机制^[4]和雨水入渗对路堤边坡稳定性影响等方面,对于边坡表面颗粒位移、临界冲刷速度等的研究还不多见。与连续介质力学不同的是 PFC 从微观结构研究介质的力学特性和行为,即介质的基本构成为颗粒,也可以增加“胶质”黏结,介质的宏观力学特性如本构决定于颗粒和黏结的几何与力学特性。本文基于离散元软件 PFC^{2D}分别模拟砂土和黏土路基边坡冲刷的破坏特性,记录边坡上颗粒的运动位移随步数的变化,研究临界冲刷速度与颗粒粒径、边坡坡度等的关系,并将模拟破坏形态与沈水进等^[14]的物理模型实验的结果进行对比,结果一致。研究表明,若能以数值模拟结果来结合繁杂的室内试验,将为路基边坡的设计和防护提供新的参考意见。

1 坡面冲刷的影响因素和产生条件

边坡冲刷影响因素包括边坡的土层性质、形态特征、降雨强度等。若降雨强度超过坡面土体的入渗能力,多余的降雨量将转变成地表径流。国内外学者对坡面流的水力学特性进行了详细分析,普遍认为径流影响坡面冲刷量最重要的因素是径流流量和流速的大小^[15],因此,选取径流流速的大小作为径流冲刷能力的大小比较合适。边坡坡面在水流冲刷条件下产生侵蚀的原因和侵蚀过程的描述,是边坡冲刷方面研究的重点。边坡土体的抗蚀性和抗冲性是 Horton 在 1945 年和朱显谟院士^[16]在 20 世纪 50 年代分别提出的。这两个概念的重点

分别是侵蚀、破坏和推移、搬运,两者都提出当径流的侵蚀和冲刷的能力大于土体的抵抗能力时,冲刷、搬运现象就会发生。降雨特征和土体性质对降雨入渗的影响较大,坡面一旦产生坡面超渗流,这种具有一定动能的水流便会产生一种冲刷力,当土体抵抗冲刷力小于水流冲刷力时,坡面即产生冲刷现象。在降雨作用下,雨滴的击溅促使表面剥离的土壤颗粒变得松散,这种击溅作用不仅是坡面冲刷的最初起因,而且产生的松散土颗粒也是后续径流冲刷和泥沙运动的来源。本文的模拟正是基于冲刷的机理,给定模型中边坡面的一定冲刷速度,使组成边坡的颗粒在冲刷下剥离、脱落,最终呈现出边坡水流冲刷的破坏形态。

2 建模过程和参数选取

2.1 建模过程

黏土 BPM 模型颗粒间接触本构关系如图 1 所示。建模首先通过 cycle 命令使颗粒达到压紧的状态,使生成的小颗粒适应矩形区域,然后通过均匀减小所有颗粒的半径来使试样达到指定的初始压应力状态 σ_0 ; 下一步删除浮点颗粒即与周围小颗粒接触小于 3 个的颗粒;再通过删除小颗粒达到所需的孔隙率(文中模拟的边坡孔隙率 $n=0.16$); 然后根据不同边坡要求删除矩形试样中的小颗粒,使其变成所需的梯形形状边坡(二维中的颗粒厚度为单位 1); 然后根据外力即冲刷力,等效给颗粒施加相应的冲刷速度,在冲刷的影响下边坡的颗粒将被冲走,黏土颗粒间的黏结键也会不断断裂,进而模拟边坡的冲刷破坏过程。若是黏土边坡则需要给颗粒之间设置黏结力(法向 cb_sn ,切向由法向得到),黏结力大小根据要求设定。模型的具体参数列于表 1。

表 1 模型参数
Table 1 Parameters for slop model

参数	数值
密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2 630
粒径比 $\frac{d_{\max}}{d_{\min}}$	1.66
压缩模量 E_c/Pa	8 800 000
初始围压 σ_0/MPa	0.1
法向联结力 $Cb_sn - mean/\text{N}$	$1.0 \times 10^6 \pm 1.0 \times 10^5$
颗粒的刚度 b_{kn}	$2 E_c t$
墙的刚度 w_{kn}	$1.1 b_{\text{kn}}$

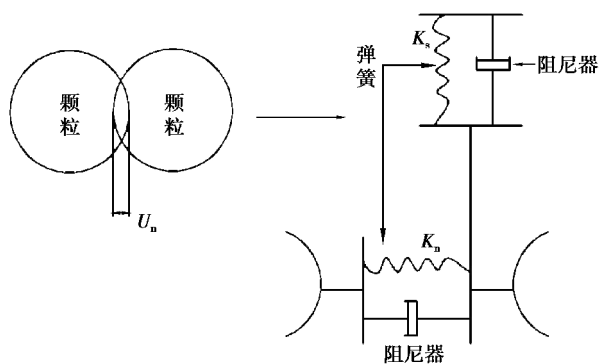


图 1 颗粒间的接触本构模型

Fig. 1 Constitutive model for bonded particles

2.2 模型参数的选取

模拟中模型参数的设定对模型将会产生很大的影响,本文通过考虑重力、冲刷速度等的影响因素,通过试错法选取合理的参数。

2.2.1 时间步长的选取

边坡冲刷需要考虑颗粒重力的影响,而计算的时间步长(time step)对于重力因素有关键的影响。由于基本颗粒粒径比较小,因此需要选取合适的时间步长,否则重力的影响几乎可以忽略。时间步长的计算可由下式得到:

$$dt = \sqrt{m/k_n} \quad (1)$$

式中: $k_n = 2 \times md_Ec \times md2_thick$, 进而需要考虑杨氏模量的影响。本文通过在不同参数下重力的影响大小进行试错研究,最终选取上表中的数据,使得 dt 为 10^{-5} 量级,这时可以考虑颗粒重力的影响。

2.2.2 颗粒的摩擦系数

颗粒之间的摩擦角是通过摩擦系数设定的,而摩擦系数与摩擦角之间没有明确的公式来表达,原因在于不同的时间步长下摩擦系数与摩擦角之间的关系是变化的,因此不同时间步长下的摩擦系数与摩擦角的关系需要通过试算得出。采用的试算过程为在生成矩形试样后,删除顶墙和右边的墙,然后运行 500 000 步(cycle=500 000),运行结束后矩形试样会呈现一个坡度状态,即为休止角,近似取为摩擦角,本文得出 45° 、 50° 、 60° 摩擦角对应的摩擦系数分别为 1.2、1.5、2.0。

2.2.3 黏聚力参数的选取

黏土颗粒之间的黏聚力的大小由 cb_sn_mean 和 cb_sn_sdev 确定,在本文其他参数的选取下,同

样通过试错法取得: $cb_sn_mean = 100 \times 10^4$, $cb_sn_sdev = 10 \times 10^4$, 如果这两个参数的取值太大,在冲刷的影响下边坡会出现整体向前滑动的现象;若参数取值太小,则在很小的冲刷速度下黏聚力就会断开,也就失去了设置粘聚力的作用。

3 流固耦合作用

饱和土体属多孔介质,由土颗粒和水两部分组成。固体土颗粒上的力是液体产生的以体力的形式施加,并以梯度变化来表现体力在流动方向上的变化,流体与颗粒示意图如图 2 所示。

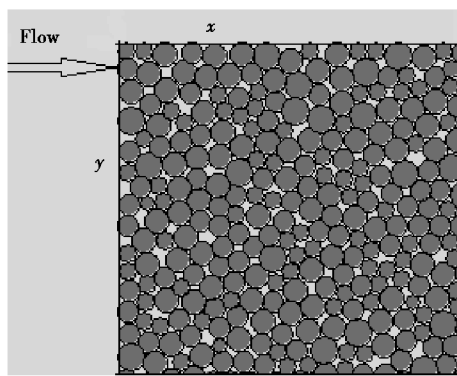


图 2 流体经过散体颗粒的示意图

Fig. 2 Fluid passes through the particles

假设图 2 中渗流方向为 x 轴正方向,则单元中土颗粒受力 f_{dsum} 可用下式表示:

$$f_{dsum} = \sum_{i=1}^{n_p} f_{d_{ix}} = -f_{intx} \Delta V - \frac{dp}{dx} \frac{\pi}{6} \sum_{i=1}^{n_p} d_{pi}^3 \quad (2)$$

式中: f_{intx} 是颗粒流体相互作用力; ΔV 是单元体积; dp/dx 是 x 方向的压力梯度; d_{pi} 是颗粒 i 的直径; n_p 是颗粒数。孔隙率可用下式求出:

$$n = 1 - \frac{\frac{\pi}{6} \sum_{i=1}^{n_p} d_{pi}^3}{\Delta V} \quad (3)$$

则由式(3)可得:

$$\Delta V = \frac{\frac{\pi}{6} \sum_{i=1}^{n_p} d_{pi}^3}{1 - n} \quad (4)$$

把式(4)带入式(2)可得:

$$f_{sum} = \sum_{i=1}^{n_p} f_{d_{ix}} = - \left(\frac{f_{intx}}{1 - n} + \frac{dp}{dx} \right) \frac{\pi}{6} \sum_{i=1}^{n_p} d_{pi}^3 \quad (5)$$

那么单独颗粒单元所受的合力为:

$$f_{d_{ix}} = - \left(\frac{f_{intx}}{1 - n} + \frac{dp}{dx} \right) \frac{\pi}{6} d_{pi}^3 \quad (6)$$

如渗流方向为随机方向,则单个颗粒受到合力的表达式为:

$$f_{d_{ij}}=-\left(\frac{f_{int_j}}{1-n}+\frac{dp}{dj}\right)\frac{\pi}{6}d_{p_i}^3\tag{7}$$

式中: j 可以取 $x、y、z,i=1,2,3,\cdots,n_p$ 。如果只有颗粒与液体之间的相互作用,那么有:

$$f_{int_j}=n\frac{dp}{dx}\tag{8}$$

再由 $dp/dj=\nabla p_j$,则最后可得单个颗粒受力方程为(Asgian et al,1995):

$$f_{d_{ij}}=-\frac{\nabla p_j}{1-n}\frac{\pi}{6}d_{p_i}^3\tag{9}$$

4 边坡冲刷的模拟

下面将给出用PFC^{2D}模拟的黏土和砂土边坡的冲刷结果,为了增加可视化的效果和提高运算速度,模拟没有生成过多的颗粒(几万个),而是生成2 000个左右的小颗粒来进行模拟。在运算之前,用Fish语言编写程序,记录下每一个小颗粒的原始位置,然后在运算时通过编写程序记录下每一阶段运算完成后小颗粒相对原始位置的位移(本文

称为相对位移)。在记录下相对位移后,通过计算每一步(cycle)的相对位移时,发现随着运算步数的增加,颗粒每一步的相对位移逐渐趋于一个稳定值。此时认为冲刷已经稳定,且砂土边坡取平均每步相对位移等于颗粒粒径的1/10时的冲刷速度为临界冲刷速度,黏土边坡取每步相对位移等于颗粒粒径时的冲刷速度为临界冲刷速度。为了更清楚地呈现颗粒的运动破坏过程,将颗粒颜色分成了蓝色、绿色、浅蓝色和红色4种,红色为边坡表面的颗粒,蓝色颗粒为路面下的颗粒,绿色和浅蓝色是边坡的上下部分。

4.1 砂土边坡的模拟结果

砂土边坡的临界冲刷速度、颗粒位移等主要受粒径大小和边坡坡度的影响比较大,因此,砂土的边坡模拟将考虑不同粒径和坡度下的冲刷影响。颗粒粒径分别取0.2、2、20 mm(即分别对应细砂、粗砂和砂砾);边坡坡度取30°、45°和60°(即分别对应1:1.732、1:1和1.732:1)。文中以30°边坡、粒径2 mm为例,为了消除摩擦系数的影响,取 $\mu=2.0$ 不变,给出砂土边坡在冲刷过程冲的不同形态,每一过程以10 000步为单位。具体过程如图3所示。

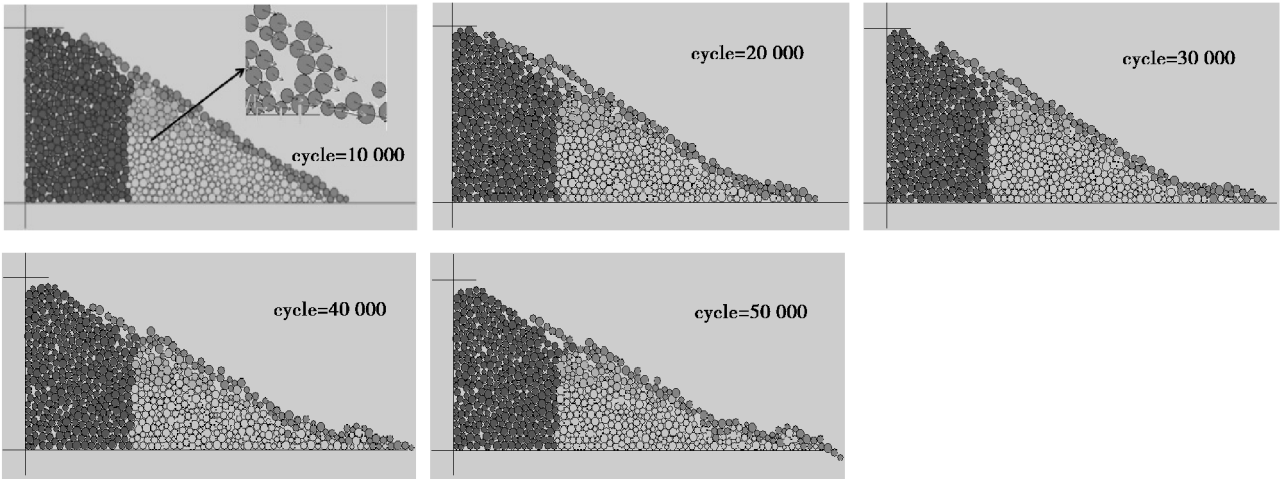


图3 砂土边坡冲刷的破坏过程

Fig. 3 Development process of erosion in sand slope

为了验证模拟的结果,将模拟结果与沈水进等人的模型实验结果进对比。物理模型实验结果如图4所示,不同粒径颗粒的位移与运算步数之间的关系如图5所示,临界冲刷水流速度与坡度和粒径之间的关系如图6所示。

从冲刷过程来看,砂土边坡的冲刷主要是边坡颗粒以近似于平行边坡表面不断向下剥落,最表面

的颗粒很容易被冲刷,且冲刷深度变化在不同部位基本一致,即形成细沟或浅沟侵蚀。随着冲刷的不断深入,冲刷深度会加深,且在坡脚部位被冲刷下来的颗粒堆积在一起,使坡脚的抗冲刷能力减弱,因此边坡底部的位置最容易坍塌破坏,并由坡脚向上发展。这与沈水进等的物理模型实验结果和实际观察到的结果一致。从图5中可以看出,不同粒径

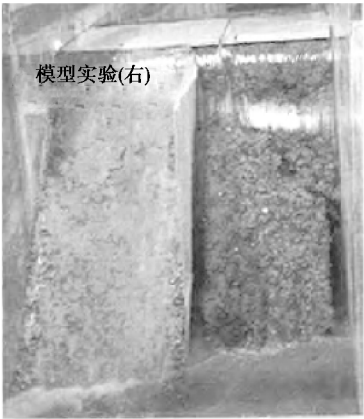


图 4 模型实验结果
Fig. 4 Result of physical model

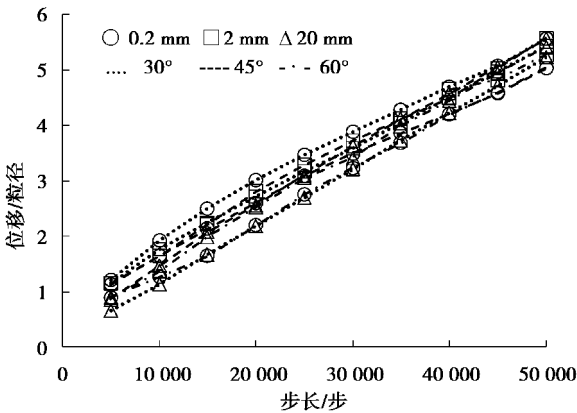


图 5 不同粒径颗粒位移随时步变化关系

Fig. 5 Curves of displacement with time step

颗粒位移的量级相差很大,粒径大的颗粒要发生冲刷需要产生很大的位移,反之亦然。但采用颗粒粒径归一化以后,随时步增加,颗粒位移呈正比例增

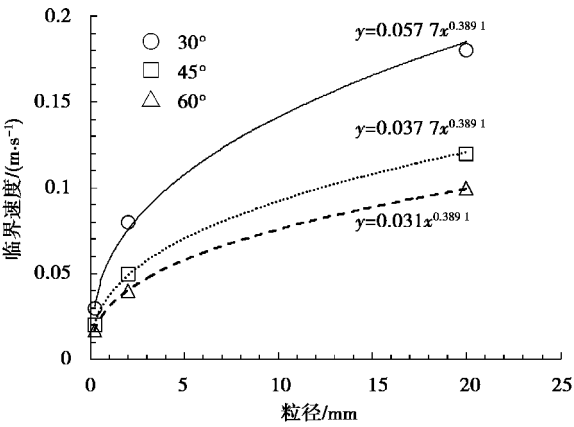


图 6 砂的冲刷速度与粒径和坡度的关系

Fig. 6 Critical erosion velocity with radius of particle and angle of slope

加,且坡度不同、粒径不同颗粒的相对冲刷位移基本相同。从图 6 中可以看出,随着颗粒粒径增加,临界冲刷速度增加。

4.2 黏土边坡的模拟结果

黏土边坡的临界冲刷速度、颗粒位移等主要受边坡坡度大小和 c 值的影响比较大,因此,黏土边坡的模拟将考虑不同 c 值和坡度下的冲刷影响,颗粒粒径取 0.01 mm 不变;边坡坡度取 30°、45° 和 60° 即分别对应 1:1.732、1:1 和 1.732:1;颗粒间的微观黏结力 c 值取 20、40、80 Pa,摩擦系数 $\mu=0.5$,即对应摩擦角 30° 不变。文中以 30° 边坡、 c 值取 80 Pa 为例,给出黏土边坡在冲刷过程冲的不同形态,每一过程以 10 000 步为单位。具体过程如图 7 所示。

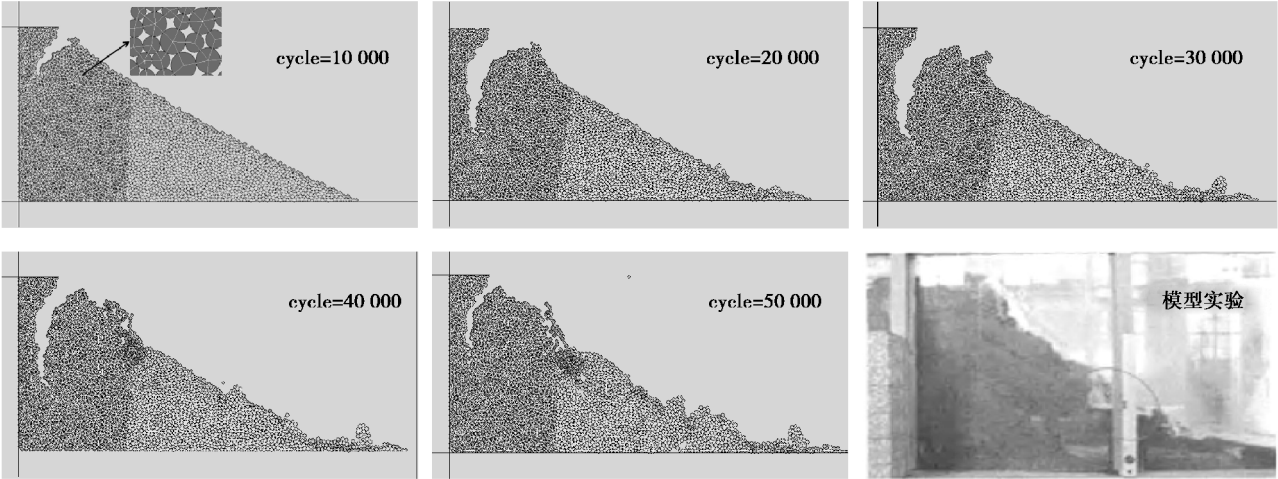


图 7 黏土边坡冲刷过程的模拟与实验结果

Fig. 7 Development process of erosion in clay slope

c 值不同的黏土颗粒的位移与运算步数之间的关系如图 8 所示:

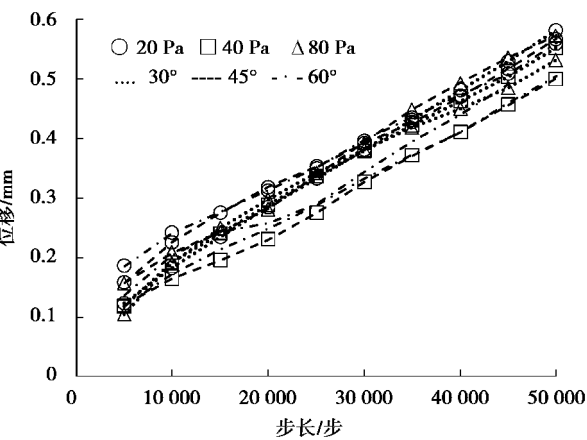


图 8 黏土颗粒冲刷位移与时步的关系

Fig. 8 Curves of displacement with time step
临界冲刷水流速度与坡度和 c 值之间的关系
分别如图 9 所示:

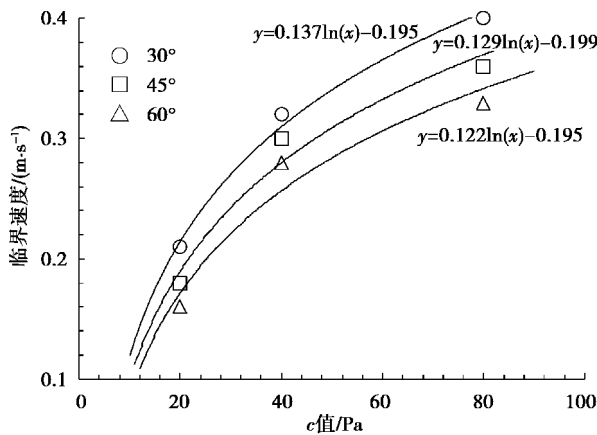


图 9 黏土的冲刷速度与 c 值和坡度的关系

Fig. 9 Critical erosion velocity with c and angle of slope
从黏土的冲刷过程看,黏土边坡的冲刷破坏过程与砂土边坡的冲刷破坏过程不同。在冲刷开始阶段,与路面相交地方的坡顶首先被冲刷出一条裂缝;随着冲刷的深入,坡脚处由于水流和散落土粒淤积等,坡脚开始出现破坏;然后由于孔隙水压力和渗透力的共同作用,坡面土体开始软化,由坡脚至下向上开始出现团块脱落和整体坍塌,会形成很多落水沟,土颗粒不断冲刷流失,坍塌不断深入,最终导致边坡整体破坏。这与沈水进等的物理模型实验结果和实际观察到的结果一致。从图 8 中可以看出,黏土边坡冲刷位移随计算步长

增加而增大, c 值小冲刷位移较大。从图 9 中可以看出,黏土临界冲刷速度随坡度增加而减小,坡度角相同时临界冲刷速度与 c 值成对数正相关关系。

5 结论

通过对砂土和黏土边坡在水流冲刷下的数值模拟分析,得出两种边坡在冲刷过程的破坏形态,并与物理实验进行了对比。分析了颗粒位移随时步的变化规律和临界冲刷速度与坡度和砂土粒径、粘土 c 值的关系,为进一步认识路基边坡的冲刷破坏机制、采取边坡防护提供借鉴。主要结论如下:

- (1) 黏土路堤边坡在水流冲刷和渗透下,边坡会在坡顶先出现裂缝,然后坡脚最先发生破坏,由坡脚不断向上坍塌破坏,呈现团粒、块状冲起或片状剥落、坍塌。
- (2) 砂土路堤边坡在水流冲刷和渗透下,边坡颗粒以近似于平行边坡表面不断向下剥落,形成冲刷细沟,坡脚处也先破坏,并向上发展。
- (3) 水流临界冲刷速度与坡度呈负相关关系,砂土水流临界冲刷速度与粒径成幂函数相关关系,黏土水流临界冲刷速度与 c 值成对数正相关关系。
- (4) 路堤边坡应在坡脚和坡顶处加强防护,以增加边坡的整体抗冲刷能力。

参考文献 (References)

[1] 方建瑞,朱合华,蔡永昌.边坡稳定性研究方法与进展[J].地下空间与工程学报,2007,3(2):343-349. (Fang Jianrui, Zhu Hehua, Cai Yongcang. Advancement and methods of the slope stability research [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering,2007,3(2):343-349.(in Chinese))

[2] 高民欢,李辉,张新宇,等.高等级公路边坡冲刷理论与植被防护技术[M].北京:人民交通出版社,2005. (Gao Minhuan, Li Hui, Zhang Xinyu, et al. Erosion theory and vegetation protection of high-type highway embankment slope[M]. Beijing: China Communications Press,2005.(in Chinese)).

[3] 李亮,刘兴旺,赵炼恒,等.降雨入渗对路基稳定性影

- 响因素分析[J].铁道科学与工程学报,2007,4(2):19-23.(Li Liang, Liu Xingwang, Zhao Lianheng, et al. Factors analysis of subgrade stability due to rainfall infiltration [J]. Journal of Railway Science and Engineering,2007,4(2):19-23.(in Chinese))
- [4] 罗斌,王秉纲,王选仓.路基边坡坡面冲刷基本理论[J].公路交通科技,2002,19(4):27-29.(Luo Bin, Wang Binggang, Wang Xuancang. Basic theory of subgrade slope surface scouring[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2002,19(4):27-29.(in Chinese))
- [5] Cho S E, Lee S R. Evaluation of surficial stability for homogeneous slopes considering rainfall characteristics[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering,2002,128(9):756-763.
- [6] 刘新荣,张梁,余瑜,等.降雨条件下酉阳大涵边坡滑动机制研究[J].岩土力学,2013,34(10):2898-2904.(Liu Xinrong, Zhang Liang, Yu Yu, et al. Research on sliding mechanism of Dahan slope in Youyang county under rainfall condition[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(10): 2898-2904.(in Chinese))
- [7] Schmertmann J H. Estimating slope stability reduction due to rain infiltration mounding [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2014, 132(9):1219-1228.
- [8] 刘俊新,刘育田,胡启军.非饱和地表径流-渗流和流固耦合条件下降雨入渗对路堤边坡稳定性研究[J].岩土力学,2010,31(3):903-910.(Liu Junxin, Liu Yuetian, Hu Qijun. Stability of embankment slope subjected to rainfall infiltration considering both runoff-underground seepage and fluid-solid coupling[J]. Rock and Soil Mechanical, 2010, 31(3): 903-910.(in Chinese))
- [9] 刘礼领,殷坤龙.暴雨型滑坡降水入渗机理分析[J].岩土力学,2008,29(4):1061-1066.(Liu Liling, Yin Kunlong. Analysis of rainfall infiltration mechanism of rainstorm landslide [J]. Rock and Soil Mechanical, 2008,29(4):1061-1066.(in Chinese))
- [10] 吴李泉,张锋,凌贤长,等.强降雨条件下浙江武义平头村山体高边坡稳定性分析[J].岩石力学与工程学报,2009,28(6):1193-1199.(Wu Liquan, Zhang Feng, Ling Xiangchang, et al. Stability analysis of high slope subjected to heavy rainfall in Pingtou village of Wuyi county [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(6): 1193-1199.(in Chinese))
- [11] 夏元友,张亮亮.考虑降雨入渗影响的公路边坡稳定性数值试验研究[J].公路交通科技,2009,26(10):27-32.(Xia Yuanyou, Zhang Liangliang. Numerical analysis of highway slope stability considering rainfall infiltration[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(10): 27-32.(in Chinese))
- [12] 徐光明,王国利,顾行文,等.雨水入渗与膨胀性土边坡稳定性试验研究[J].岩土工程学报,2006,28(2):270-273.(Xu Guangming, Wang Guoli, Gu Xingwen, et al. Centrifuge modeling for instability of excavated slope in expansive soil due to water infiltration [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(2):270-273.(in Chinese))
- [13] Montrasio L, Valentino R. Experimental analysis and modelling of shallow landslides[J]. Landslides,2007,4(3):291-296.
- [14] 沈水进,孙红月,尚岳全,等.降雨作用下路堤边坡的冲刷-渗透耦合分析[J].岩石力学与工程学报,2011,30(12):2456-2462.(Shen Shuijin, Sun Hongyue, Shang Yuequan, et al. Scouring-Penetration coupling analysis of embankment slope under rainfall action[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011,30(12):2456-2462.(in Chinese))
- [15] Nearing M A, Norton L D, Bulgakov D A, et al. Hydraulics and erosion in eroding rills [J]. Water Resources Research,1997,33(4):865-876.
- [16] 朱显谟,雷文进,刘朝端,等.甘肃中部土壤侵蚀调查报告[J].土壤专报,1958(32).(Zhu Xianmo, Lei Wenjin, Liu Chao, et al. Survey report of soil erosion in central GanSu [J]. Soil Special Report, 1958(32).(in Chinese))