

基于 Burgers 模型的软土桩基长期沉降计算方法\*

冯胜洋<sup>1</sup>,李向阳<sup>1</sup>,王淑云<sup>1</sup>,胡萍<sup>2</sup>,陈祉<sup>1</sup>

(1.南华大学 环境保护与安全工程学院,湖南 衡阳 421001;2.南华大学 城市建设学院,湖南 衡阳 421001)

**摘 要:**软土桩基础的沉降可能会持续几十年,其长期沉降计算一直困扰着广大岩土工程技术人员。笔者基于 Burgers 模型,建立了桩身和桩端的黏-弹性荷载传递模型,并以此为基础,考虑群桩效应,建立了桩-土-承台变形耦合的软土桩基长期沉降计算模型,并编制了计算程序 CLPS。该计算方法能够计算多层软土桩基的长期沉降,而且适用于刚性承台和柔性承台桩基的长期沉降。使用该方法对 2 处软土桩基进行了长期沉降计算。结果表明该方法计算结果与实测值较为接近,两者最大相差不超过 18.8%,最小仅为 4.6%;与三维有限元计算结果非常接近,两者最大相差不超过 6.7%,且该方法计算效率远高于有限元分析方法。

**关键词:**软土桩基;Burgers 模型;长期沉降;荷载传递模型

中图分类号:TU473      文献标识码:A      文章编号:1673-0836(2018)02-0470-07

A Computational Method of Long-term Settlement for Pile Groups in Layered Soft Soil Based on Burgers Model

Feng Shengyang<sup>1</sup>, Li Xiangyang<sup>1</sup>, Wang Shuyun<sup>1</sup>, Hu Ping<sup>2</sup>, Chen Zhi<sup>1</sup>

(1. School of Environmental Protection and Safety Engineering, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, P.R.China; 2. School of Urban Construction, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, P.R.China)

**Abstract:** Engineering practice shows that the settlement of pile groups in soft soils will be lasting for several decades, due to the creep or viscoelastic behavior of soft soils around the pile, but the calculation method for the long-term settlement of pile groups in soft soils was always a puzzle for geotechnical engineers. For that reason, an approach used the load transfer ( $t-z$ ) model to simulate the pile-soil interaction by a series of Burgers model distributed along the pile shaft and the pile base, and a nonlinear approach to calculate the long-term settlement of pile groups in layered soft clay soil was proposed in this work. A program named CLSP (Calculating Long-term Settlement of Pile foundation) has been developed in Matlab to analyze the long-term settlement of two pile groups in layered soft soils. Comparisons of the calculations and the measurements show that the maximal error of the calculations and the measurements is no more than 18.8%, and the minimal is only 4.6%. Comparisons of the CLSP and the ABAQUS present that the CLSP calculation result is very closed to the ABAQUS, and the maximal error of them is no more than 6.7%, what's more, the computational efficiency of the CLSP is faster than that of ABAQUS.

**Keywords:** pile group in layered soft soil; Burgers model; long-term settlement; load transfer model

0 引言

桩基的沉降计算主要以最终沉降计算为主,国内外学者已在这方面做出了大量工作。但由于土体材料的变异性、不连续性和多相异性等特点,以及桩-土-承台相互作用机理的不确定性,现有计算

\* 收稿日期:2017-10-16(修改稿)  
作者简介:冯胜洋(1985-),男,湖北孝感人,博士,讲师,主要从事岩土工程的教学与科研工作。  
E-mail:fengshengyang13@163.com  
基金项目:湖南省教育厅科学研究项目(15C1191);南华大学博士科研启动基金(2014XQD11)

方法仍不能很好地解决桩基最终沉降量计算问题<sup>[1-2]</sup>。如果桩基沉降再考虑时间因素问题将更为复杂,这是因为桩基长期沉降计算不仅需要考虑桩-土-承台之间的相互作用,还需要考虑桩间土、桩端土和承台下土体的主、次固结变形,这些都是岩土工程领域非常棘手的问题,相关研究内容较少。然而,由于软土地区桩基的沉降过程可能持续几十年或者更久,导致桩基础在相当长时间内无法稳定,对上部建筑物的危害非常大,因此迫切需要建立理论计算方法以指导深厚软土桩基础的设计工作。

在桩基长期沉降计算方面,笔者<sup>[3]</sup>使用 Mesri 蠕变模型描述桩周软土的应力-应变关系,考虑桩径的 Mindlin-Geddes 方法计算桩端附加应力,建立了考虑蠕变效应的桩基长期沉降计算方法。张松岩<sup>[4]</sup>和马莲丛<sup>[5]</sup>使用剪切变形传递法计算桩基最终沉降,使用改进的太沙基一维固结理论计算桩基在不同荷载下的固结度,从而建立了计算桥梁桩基的长期沉降计算方法,并使用该方法计算了秦沈客运专线三座大桥 15 个桥墩长期沉降发展趋势。曾有庆等<sup>[6]</sup>采用 Mesri 蠕变模型描述土体的蠕变特性,用 Mindlin-Geddes 方法计算桩端和桩侧荷载在桩端平面以下产生的附加应力,用 Boussinesq 应力公式计算承台分担荷载产生的应力,考虑桩尖刺入量,提出了考虑土体蠕变效应的桩基长期沉降计算方法。周健等<sup>[7]</sup>使用简化的 Mesri 蠕变模型描述桩底土的蠕变特性,用桩的 Mindlin 附加应力公式计算桩端附加应力,建立了桩基长期沉降计算方法。杨奇<sup>[8]</sup>使用改进的三维复合分析方法模拟高速铁路桥梁桩基的实际加载情况,使用建立的多级加载情况下的黏弹性(Schiffman 模型)地基一维固结方程描述桩底压缩层的固结-蠕变特性,建立了高速铁路桥梁桩基长期沉降计算方法。

目前,桩基长期沉降计算方法主要存在以下不足:

(1)将桩底土体发生的流变变形与桩身压缩以及桩侧土体发生的剪切流变变形相互脱离,忽视了桩-土-承台之间的变形耦合。

(2)在计算群桩长期沉降时未考虑桩间“束缚”作用。

鉴于此,将“群桩-土-承台”作为一个共同作用

的体系进行分析,考虑了三者之间应力和变形的耦合关系,同时考虑桩间“束缚”作用,使用荷载传递模型模拟桩土之间的相互接触关系,桩身、桩底与桩周软土的流变变形使用 Burgers 模型进行描述,建立了软土桩基长期沉降计算模型。

## 1 计算方法

### 1.1 考虑桩基土体蠕变特性的 Burgers 模型

文献[9]~[12]的研究成果均表明,对于深厚软土桩基,桩侧土体与桩底土体都存在较为明显的蠕变特性。因此,本文使用 Burgers 模型描述桩周土体和桩底土体的蠕变特性,以该模型为基础构建桩基应力-应变-时间本构关系。Burgers 模型能较好地反映流变体材料的黏弹性特性<sup>[13]</sup>,该模型既可表现软弱土体的瞬时弹性应变,又可表现出延滞弹性与粘滞流动(即主蠕变与次蠕变)。

Burgers 模型由一个 Maxwell 体与一个 Kelvin 体串联而成,如图 1 所示。桩侧土体的应力-应变关系可以表示为:

$$\tau + p_1 \dot{\tau} + p_2 \ddot{\tau} = q_1 \dot{\gamma} + q_2 \ddot{\gamma} \quad (1)$$

式中: $p_1 = \frac{\eta_M}{G_M} + \frac{\eta_K + \eta_M}{G_K}$ ;  $p_2 = \frac{\eta_M \eta_K}{G_M G_K}$ ;  $q_1 = \eta_M$ ;  $q_2 = \frac{\eta_M \eta_K}{G_K}$ ;  
 $G_M$ 、 $\eta_M$  分别为 Maxwell 体中弹性剪切模量与黏滞系数,  $G_M = E_M / [2(1 + \nu)]$ ,  $\nu$  为土体泊松比;  $G_K$ 、 $\eta_K$  分别为 Kelvin 体中弹性剪切模量与黏滞系数,  $G_K = E_K / [2(1 + \nu)]$ 。

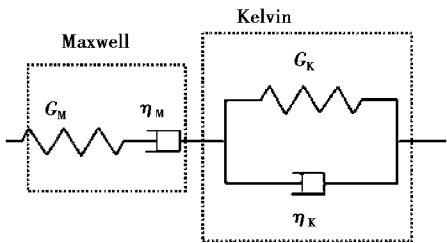


图 1 Burgers 模型

Fig. 1 Burgers Model

若桩侧土体处于蠕变状态,将一定应力输入到  $\tau = \Delta(t) \tau_0$  并带入式(1)中,通过拉普拉斯变换,得

$$\frac{\tau_0}{s} + p_1 \tau_0 + p_2 s \tau_0 = q_1 s \bar{\gamma}(s) + q_2 s^2 \bar{\gamma}(s) \quad (2)$$

解此代数方程并进行反拉普拉斯变换,得蠕变方程:

$$\gamma(t) = \tau_0 \left[ \frac{p_1 q_1 - p_2}{q_1^2} + \frac{t}{q_1} + \left( \frac{p_1}{q_1} - \frac{p_1 q_1 - q_2}{q_1^2} \right) e^{-\frac{q_1}{q_2} t} \right] = \tau_0 \cdot J(t) \tag{3}$$

式中: $J(t)$  为蠕变变形柔量。

1.2 基于黏弹性模型的剪切位移法

1.2.1 基于 Burgers 模型的单桩基本控制方程

桩基的承载力由桩侧摩阻力与桩端的承载力两部分组成。对于圆柱型桩基而言,假设桩-土界面间不产生滑移,线弹性单桩基本控制方程为:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{U}{A_p E_p} \tau \tag{4}$$

式中: $w$  为桩身位移; $\tau$  为桩土界面剪应力; $U$  为桩体周长; $A_p$  为桩体截面积; $E_p$  为桩体弹性模量。

假定桩侧土的应力-应变-时间关系可由 Burgers 模型描述,则桩-土之间相互作用可用图 2 表示。

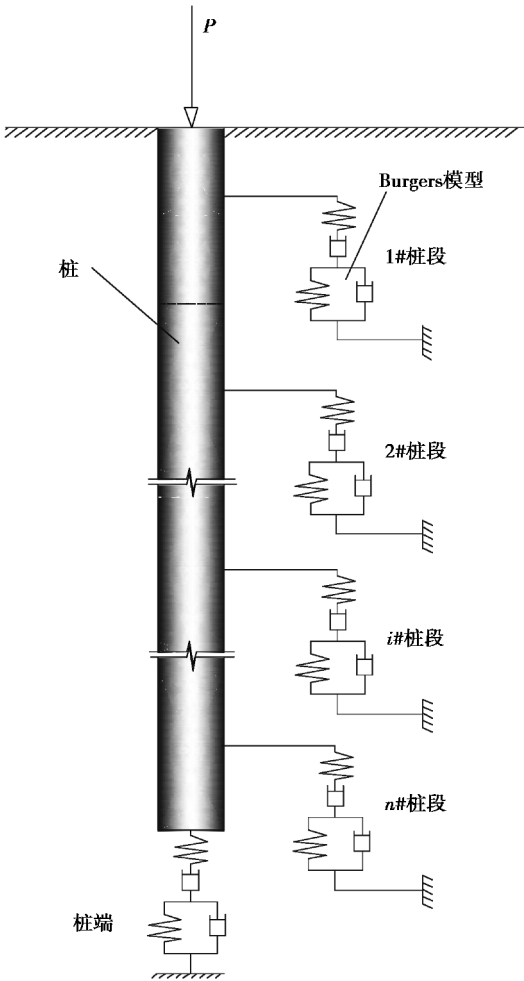


图 2 桩土计算模型

Fig. 2 Calculation model of pile-soil

式(3)代入式(4),则桩身位移方程为:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{2l}{r_0 E_p J(t)} \gamma = 0$$
$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \alpha(t)^2 w = 0 \tag{5}$$

式中: $l$  为桩段长度, $w=\gamma l$ ;  $\alpha(t)=\sqrt{2/E_p r_0 J(t)}$ ;  $r_0$  为桩身半径。

式(5)的通解为:

$$w(z) = c_1 e^{\alpha(t)z} + c_2 e^{-\alpha(t)z} \tag{6}$$

式中: $c_1$  和  $c_2$  为待定常数。

由桩单元的平衡方程可得:

$$\frac{\partial P(z)}{\partial z} = -2\pi r_0 \tau \tag{7}$$

式中: $P(z)$  为桩身轴力。

由式(3)、式(6)和式(7)可得:

$$p(z) = -\alpha(t) A E_p (c_1 e^{\alpha(t)z} - c_2 e^{-\alpha(t)z}) \tag{8}$$

合并式(6)与式(8)可得桩身  $z$  处的轴力与位移关系为:

$$\begin{Bmatrix} w(z) \\ p(z) \end{Bmatrix} = \mathbf{B}(z) \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} \tag{9}$$

式中: $\mathbf{B}(z) = \begin{bmatrix} e^{\alpha(t)z} & e^{-\alpha(t)z} \\ -A E_p \alpha(t) e^{\alpha(t)z} & A E_p \alpha(t) e^{-\alpha(t)z} \end{bmatrix}$

1.2.2 基于 Burgers 模型的单桩轴力和位移递推关系

长度为  $l_i$  的第  $i$  桩段的桩顶、桩底的位移和轴力分别表示为:

$$\begin{Bmatrix} w_{ti} \\ p_{ti} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}(z_t) \begin{Bmatrix} c_{ti1} \\ c_{ti2} \end{Bmatrix} \tag{10}$$

$$\begin{Bmatrix} w_{bi} \\ p_{bi} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}(z_b) \begin{Bmatrix} c_{bi1} \\ c_{bi2} \end{Bmatrix} \quad (z_b = z_t + l_i) \tag{11}$$

式中: $w_{ti}$ 、 $w_{bi}$  分别为桩顶、桩底位移; $p_{ti}$ 、 $p_{bi}$  分别为桩顶、桩底轴力; $z_t$ 、 $z_b$  分别为第  $i$  桩段顶部、底部深度; $c_{ti1}$ 、 $c_{ti2}$  为桩顶待定常数; $c_{bi1}$ 、 $c_{bi2}$  为桩底待定常数。

由于同一桩段的桩顶、桩底边界条件一致,因此  $c_{ti1} = c_{bi1}$ ,  $c_{ti2} = c_{bi2}$ 。由式(10)和式(11)消去  $c_1$ 、 $c_2$  得

$$\begin{Bmatrix} w_{ti} \\ p_{ti} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}(z_t) \cdot \mathbf{B}(z_b) - 1 \cdot \begin{Bmatrix} w_{bi} \\ p_{bi} \end{Bmatrix} \tag{12}$$

令  $\mathbf{K}_i = \mathbf{B}(z_t) \cdot \mathbf{B}(z_b) - 1$ , 则

$$\begin{Bmatrix} w_{ti} \\ p_{ti} \end{Bmatrix} = K_i \cdot \begin{Bmatrix} w_{bi} \\ p_{bi} \end{Bmatrix} \tag{13}$$

式中:

$$K_i = \begin{bmatrix} \cos h[\alpha(t)l_i] & \frac{1}{AE_p\alpha(t)}\sin h[\alpha(t)l_i] \\ AE_p\alpha(t)\sin h[\alpha(t)l_i] & \cos h[\alpha(t)l_i] \end{bmatrix}$$

桩按土层分为  $n$  段,依次递推即可得到单桩桩顶位移  $w_t$ 、轴力  $p_t$  与桩底位移  $w_b$ 、轴力  $p_b$  之间的关系为:

$$\begin{Bmatrix} w_t \\ p_t \end{Bmatrix} = K_1 K_2 \cdots K_i \cdots K_n \begin{Bmatrix} w_b \\ p_b \end{Bmatrix} = K \begin{Bmatrix} w_b \\ p_b \end{Bmatrix} \tag{14}$$

式中:  $K = \prod_{i=1}^n K_i$ 。

1.2.3 基于 Burgers 模型的单桩柔度

当桩端土处于弹性状态时,桩端荷载  $p_b$  作用下,桩端土层的沉降量  $w_b$  可按刚性圆板下无限弹性地基的弹性理论 Boussinesq 解表示:

$$w_b = \frac{1 - \nu^2}{2r_0 E} p_b \tag{15}$$

式中: $\nu$  为泊松比; $E$  为桩端土层弹性模量。

假定桩底土体采用 Burgers 模型描述,桩底土体位移  $w_b$  的黏弹性解答可由式(15)通过黏弹性对应原理<sup>[14]</sup>求得:

$$w_b = \frac{1 - \nu^2}{2r_0 C_{sb}(t)} p_b \tag{16}$$

式中: $C_{sb}(t) = 1/J(t)$ ;  $E_M$ 、 $\eta_M$  分别为桩端土层 Maxwell 体中弹性模量与粘滞系数; $E_K$ 、 $\eta_K$  分别为桩端土层 Kelvin 体中弹性模量与黏滞系数。

当桩底作用单位荷载  $P_b = 1$  时,由式(14)、式(16)可得桩顶位移,即单桩的桩顶柔度为:

$$f = \frac{w_t}{P_t} \tag{17}$$

1.3 群桩长期沉降计算方法

由于桩间“束缚”作用对群桩基础长期沉降的影响机理尚不够清晰,目前还没有相关研究。为简化计算模型,假设桩间“束缚”作用不考虑时间因素。由于没有考虑时间因素,桩间“束缚”作用对桩位移的影响一次折减到群桩的各根单桩,因此,

基于该假设的群桩长期沉降计算方法是偏保守的。

根据文献[15],考虑桩的“束缚”作用的两桩  $i, j(i, j = 1, 2, \cdots, n, i \neq j, n$  为桩数)相互影响下的综合柔度为:

$$f_{ij}^* = \frac{w_{ij}}{p_{ij}} \tag{18}$$

式中: $w_{ij}$  为  $i, j$  两桩相互影响下的桩顶位移; $p_{ij}$  为  $i, j$  两桩相互影响下的桩顶轴力。

群桩不考虑桩间“束缚”作用下,第  $i$  桩考虑时间因素的柔度  $f_{ii}$  由式(17)确定,则由  $j$  桩存在引起的  $i$  桩顶部柔度  $f_{ij}(i, j = 1, 2, \cdots, n, i \neq j)$  为:

$$f_{ij} = f_{ij}^* - f_{ii} \tag{19}$$

对于  $n$  根群桩,第  $i$  桩位移  $w_i$  可表示为:

$$w_i = \sum_{j=1}^n f_{ij} p_j \tag{20}$$

式中: $p_i$  为第  $i$  桩所受荷载; $f_{ij}$  为  $j$  桩存在引起的  $i$  桩顶部柔度,当  $i=j$  时由式(17)确定,当  $i \neq j$  时由式(19)确定。

上式用矩阵形式可表示为:

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \tag{21}$$

假设群桩所有的单桩都完全相同,则  $f_{11} = f_{22} = \cdots = f_{nn}$ ,  $f_{ij} = f_{ji}$ , 即式(21)中柔度矩阵为对称矩阵。

对于  $n$  桩刚性高承台桩基,若在  $t$  时刻所受的荷载为  $P(t)$ , 则

$$\begin{cases} w_1 = w_2 = \cdots = w_n \\ p_1 + p_2 + \cdots + p_n = P(t) \end{cases} \tag{22}$$

对于  $n$  桩柔性高承台桩基,每根基桩的桩顶荷载相同,即桩  $i$  的桩顶荷载

$$p_i = P(t)/n \tag{23}$$

联立式(21)和式(22)可计算得到刚性高承台桩基的长期沉降,通过式(21)和式(23)计算得到柔性高承台桩基各单桩的长期沉降。根据以上方法,使用 Matlab 编制了计算程序 CLPS, 程序流程图如图 3 所示。

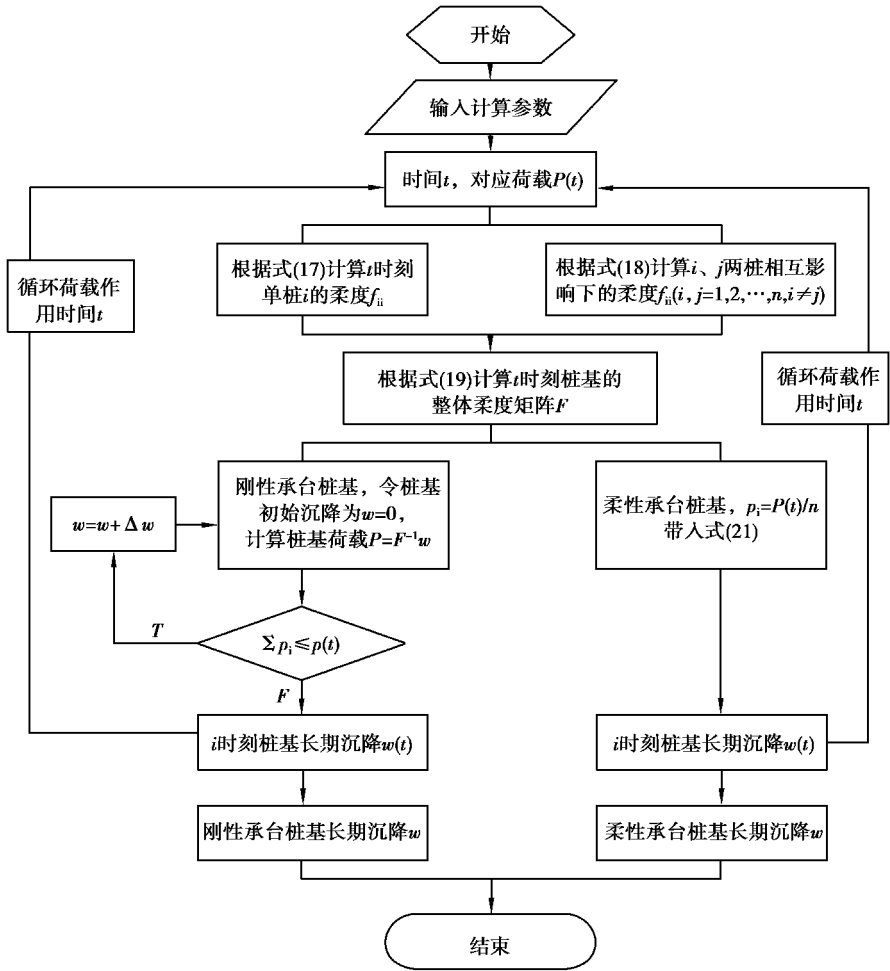


图 3 CLPS 程序流程图

Fig. 3 Flow chart of CLPS

2 算例

2.1 刚性承台桩基算例

某高速铁路桥梁桩基为刚性高承台桩基,承台尺寸为 8.6 m×6.3 m×2 m。承台下布桩 8 根,桩长 62 m,桩径为 1 m,布桩形式如图 4 所示。桩身弹性模量  $E_p=32.5$  GPa,地基土计算参数如表 1

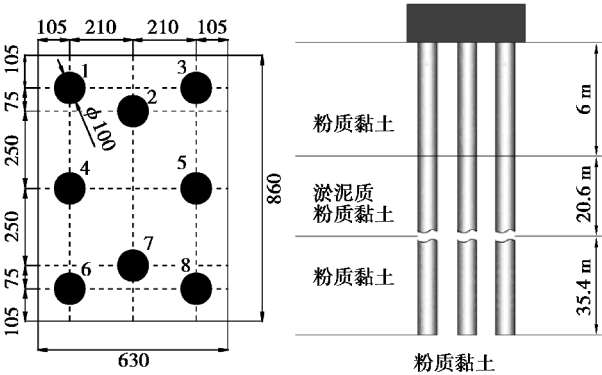


图 4 承台尺寸及布桩平面图(单位:cm)

Fig. 4 Sizes and layout of pile group (unit:cm)

所示,其中 Burgers 模型参数使用现场原状土样的室内长期蠕变试验数据拟合得到。

表 1 桩基土层计算参数

Table 1 Calculation parameters of foundation

土层 编号	土层 厚度 H/m	泊松比 $\nu$	$E_M/$ MPa	$E_K/$ MPa	$\eta_M/$ MPa · d	$\eta_K/$ MPa · d
粉质粘土	6.0	0.35	15.1	18.0	1 780	5.1
淤泥	20.6	0.40	7.90	6.50	1 068	2.9
粉质粘土	35.4	0.32	15.7	20.7	1 908	4.5
粉质粘土 桩底	0.30	0.30	22.5	19.4	2 872	7.6

计算时根据桩长将桩分为 620 个计算段,每段长 0.1 m。使用 CLPS 程序对该高速铁路桥梁桩基的长期沉降进行计算,计算结果与实测结果的对比如图 5 所示。由图 5 可知,桩基的长期沉降计算结果与实测结果较为接近,发展趋势也较为一致。



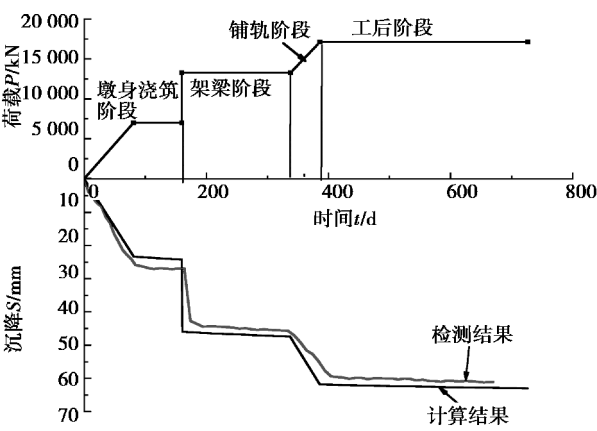


图5 计算结果与实测结果的对比

Fig. 5 Comparisons of calculated and measured long-term settlement of pile group

2.2 柔性承台桩基算例

某桩基为柔性高承台桩基,桩数共 322 根,14 排,23 列,桩间距为 2.7 m。桩长 50 m,桩径为 0.8 m,如图 6 所示。

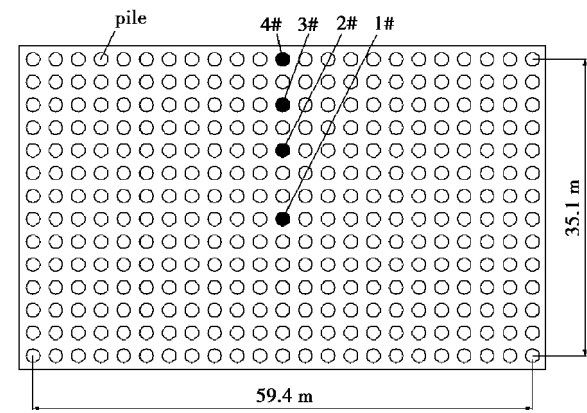


图6 桩基示意图

Fig. 6 Sketch map of pile group

桩身混凝土强度为 C40,弹性模量为 32.5 GPa。桩身范围内地基土为淤泥质软土,泊松比为 0.38, Burgers 模型参数  $E_M=8.3\text{ MPa}$ 、 $E_K=5.3\text{ MPa}$ 、 $\eta_M=1\,195\text{ MPa}\cdot\text{d}$ 、 $\eta_K=3.6\text{ MPa}\cdot\text{d}$ 。桩基总荷载为 999 570 kN,计算时间为 10 000 d。计算时根据桩长将桩分为 500 个计算段,每段长 0.1 m。使用 CLPS 程序对该桩基的长期沉降进行计算。

使用 ABAQUS 有限元分析软件对该桩基的长期沉降进行计算,其中,地基软土使用 Drucker Prager Creep 模型,桩及承台使用线弹性模型。地基土弹性模量为 8.3 MPa,泊松比为 0.38。Drucker Prager 屈服准则参数  $\alpha=0.053$ 、 $k=21.54\text{ kPa}$ 。蠕变法则使用“时间硬化”幂函数法则,其中,蠕变方

程中的参数  $A=9.3\times10^{-9}$ 、 $m=-0.905$ 、 $n=1.306$ 。桩和承台的弹性模量为 32.5 GPa,泊松比为 0.17。桩-土接触使用库伦摩擦模型,摩擦系数为 0.15。有限元分析模型如图 7 所示。

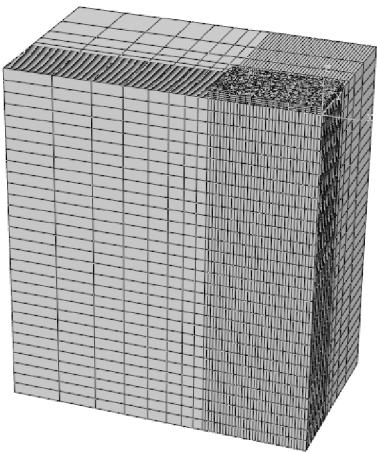


图7 有限元分析模型

Fig. 7 FEM model

提取图 6 中编号 1~4#桩的长期沉降,本文方法计算结果与有限元方法计算结果的对比如图 8 所示。

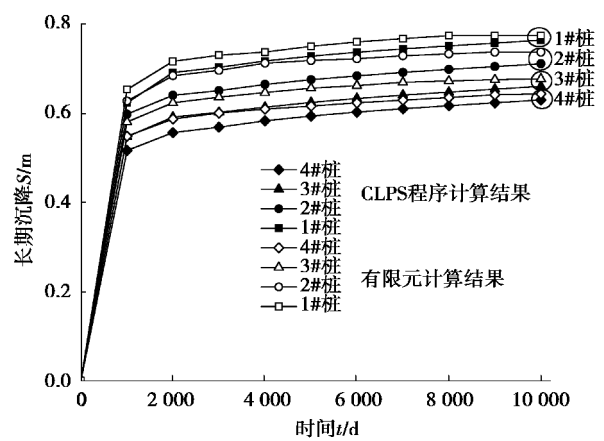


图8 本文计算方法与有限元计算结果的对比

Fig. 8 Comparison of theoretical and numerical results

由图 8 可知,本文方法计算的柔性高承台桩基长期沉降结果与有限元方法计算的结果较为接近,1#桩两者最大相差不超过 4.5%,2#桩不超过 6.7%,3#桩不超过 5.7%,4#桩不超过 5.8%;1#桩长期沉降明显大于 2~4#桩,群桩由中心桩向外逐步减小。本算例,同样计算机配置条件下,10 000 d 长期沉降计算,CLPS 程序耗时仅为 1.2 s,ABAQUS 耗时 17.8 h,CLPS 程序的计算效率远高于 ABAQUS 有限元分析软件。

3 结语

使用荷载传递模型模拟桩土之间的相互作用关系,桩身、桩底与桩周软土的蠕变变形使用 Burgers 模型进行描述,考虑群桩效应,建立了刚性承台和柔性承台桩基长期沉降计算方法。该方法既能反映软土的非线性和黏弹性,而且还考虑了桩基的群桩效应。基于该方法,使用 Matlab 编制了计算程序 CLPS。使用 CLPS 程序对软土中刚性承台桩基进行长期沉降计算,对比实测结果表明,该程序具有很高的计算精度;对软土中柔性承台桩基进行长期沉降计算,对比三维有限元分析结果表明,两者计算结果非常接近,且 CLPS 程序计算效率远高于 ABAQUS 有限元分析软件。

参考文献(References)

[1] Chow Y K, Teh C I. Pile-cap-pile-group interaction in nonhomogeneous soil [ J ]. Journal of Geotechnical Engineering, 1991, 117( 11 ): 1655-1668.

[2] Poulos H G. Pile testing and settlement prediction [ A ] // GeoCongress, 2012 [ C ]. Oakland, 2012: 630-649.

[3] Feng S Y, Wei L M, He C Y. A computational method for post-construction settlement of high-speed railway bridge pile foundation considering soil creep effect [ J ]. Journal of Central South University, 2014, 21 ( 7 ): 2921-2927.

[4] 张松岩.秦沈客运专线桥梁桩基工后沉降计算方法探讨[ D ].成都:西南交通大学,2005. ( Ma Songyan. Discussion of computing settlement beyond construction of pile-group foundation of bridge in Qin-Shen dedicated passenger line [ D ]. Chendu: Southwest Jiaotong University, 2005. ( in Chinese ) )

[5] 马莲丛.铁路桥梁桩基工后沉降分析与计算[ D ].成都:西南交通大学,2006. ( Ma Liancong. Analysis and computing of settlement beyond construction of pile-group foundation of railway bridge [ D ]. Chendu: Southwest Jiaotong University, 2006. ( in Chinese ) )

[6] 曾庆有,周健,屈俊童.考虑应力应变时间效应的桩基长期沉降计算方法[ J ].岩土力学,2005,26( 8 ): 1283-1287. ( Zeng Qingyou, Zhou Jian, Qu juntong. Method for long-term settlement prediction of pile-foundation in consideration of time effect of stress-strain relation ship [ J ]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26( 8 ): 1283-1287. ( in Chinese ) )

[7] 周健,曾庆有.由桩底土蠕变引起的桩基沉降简易计算方法[ J ].地下空间与工程学报,2004,24( 3 ): 298-300. ( Zhou Jian, Zeng Qingyou. A simplified calculation method for settlement of pile base caused by the creep of soil under the pile [ J ]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2004, 24 ( 3 ): 298-300. ( in Chinese ) )

[8] 杨奇.高速铁路桥梁桩基础变形性状试验与工后沉降研究[ D ].长沙:中南大学,2011. ( Yang Qi. Study on deformation behavior test and settlement after acceptance of high-speed railway bridge pile foundation [ D ]. Changsha: Central South University, 2011. ( in Chinese ) )

[9] Bourgeois E, De Buhan P, Hassen G. Settlement analysis of piled-raft foundations by means of a multiphase model accounting for soil-pile interactions [ J ]. Computers and Geotechnics, 2012, 46 ( 1 ): 26-38.

[10] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis and design [ M ]. New York: John Wiley and Sons, 1980.

[11] 梁能.基桩轴向承载之依时行为[ D ].桃园:中央大学,2003. ( Liang Neng. Time effect of pile loaded on the vertical load [ D ]. Taoyuan: National Central University, 2003. ( in Chinese ) )

[12] Poulos H G, Davis E H. The settlement behavior of single axially loaded incompressible piles and piers [ J ]. Geotechnique, 1968, 18( 3 ): 351-371.

[13] 孙钧,汪炳见.地下结构有限元法解析[ M ].上海:同济大学出版社,1988. ( Sun Jun, Wang Bingjian. The analytical finite element method of underground structure [ M ]. Shanghai: Tongji University Press, 1988 ( in Chinese ) )

[14] 王东栋,孙钧.基于广义剪切位移法的桥梁桩基长期沉降分析[ J ].岩土工程学报,2011( 增 2 ): 47-53. ( Wang Dongdong, Sun Jun. Long-term settlement of pile foundation of bridges based on generalized shear displacement method [ J ]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33( Supp. 2 ): 47-53. ( in Chinese ) )

[15] 高盟,高广运,杨成斌,等.层状地基群桩沉降计算的剪切位移解析算法[ J ].岩土力学,2010,31( 4 ): 1072-1077. ( Gao Meng, Gao Guangyun, Yang Chengbin, et al. Analytical solution for settlement of group piles in layered ground based on shear displacement method [ J ]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31( 4 ): 1072-1077. ( in Chinese ) )