

基于 Mohr-Coulomb 准则寒区隧道围岩应力弹塑性解析*

覃爱民¹, 骆汉宾²

(1.皖西学院 建筑与土木工程学院,安徽 六安 237012;2.华中科技大学 土木工程与力学学院,武汉 43007)

摘 要:随着西部开发建设速度的急剧增长,寒区隧道工程建设逐渐增多,冻胀力及围岩应力大小对寒区隧道结构产生的影响越来越突出。针对这一突出问题,基于弹性理论拉密解及复变理论,结合 Mohr-Coulomb 屈服准则,确定了围岩塑性区范围,并推导了冻胀力及围岩应力的弹塑性显式解析解。通过算例分析得到:当 $0^{\circ} \leq \theta \leq 45^{\circ}$ 时,冻胀力的存在致使围岩塑性区迅速扩展;而当 $45^{\circ} \leq \theta \leq 90^{\circ}$ 时,冻胀力的存在却限制了围岩塑性区的发展。其研究成果对寒区隧道工程建设具有良好的参考价值。

关键词:隧道工程;寒区隧道;冻胀力;围岩应力;解析解;弹塑性

中图分类号:U452 文献标识码:A 文章编号:1673-0836(2018)02-0395-08

Analytical Elasto-plastic Solution for Stress of Surrounding Rock Based on Mohr-Coulomb Criterion

Qin Aimin¹, Luo Hanbin²

(1. College of Architecture and Civil Engineering, West Anhui University, Liu'an, Anhui 237012, P.R. China;
2. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 43007, P.R. China)

Abstract: With the rapid growth of the construction of western development, the construction of tunnel engineering in cold region gradually increased, the effect of frost heaving force and stress of surrounding rock on tunnel structures in cold regions is more and more outstanding. In order to solve this problem, based on elastic theory lame solution and complex variable theory and Mohr-Coulomb yield criterion to determine the surrounding rock plastic zone scope, and the elasto-plastic explicit analytical solutions for frost heaving force and stress of surrounding rock were deduced. The results show that, the frost heaving force makes the plastic zone of surrounding rock the rapid expansion when $0^{\circ} \leq \theta \leq 45^{\circ}$. Contrary, the frost heaving force can limit the development of plastic zone of surrounding rock when $45^{\circ} \leq \theta \leq 90^{\circ}$. The research results have a good reference value for the construction of tunnel engineering in cold region.

Keywords: tunneling engineering; tunnel in cold region; frost heaving pressures; surrounding rock stress; analytical solution; elastic-plastic

0 引言

寒区隧道开挖引发的温度场和力场耦合是高寒区隧道建设不可回避的工程问题。由于寒区气温较低,当岩体温度降至水的凝固点温度时,岩体中孔隙水或外来补给水将会冻结成冰,从而引起岩

体体积膨胀,产生对隧道结构起加载作用的冻胀力。而冻胀力往往又是寒区隧道中产生病害的主要原因之一。

目前,国内外学者对寒区隧道开挖引发的温度场和力场作了大量的研究,主要研究方法有:解析法、室内模型试验、数值模拟法等。文献

* 收稿日期:2017-11-09(修改稿)
作者简介:覃爱民(1979-),女,湖北宜昌人,硕士,讲师,主要从事工程施工及项目管理等研究。E-mail:3139043231@qq.com
基金项目:安徽高校省级自然科学基金项目(KJ2013B334)

[1-5] 在一些假定的前提下推导了寒区隧道冻结圈冻胀力的弹性及围岩的黏弹性理论解。渠孟飞等^[6]、仇文革等^[7]采用室内模型试验的方法研究了寒区隧道衬砌结构冻胀力大小的分布规律,并运用数值模拟方法进行了对比分析。耿珂^[8]、陈立杰等^[9]采用数值模拟方法得出了寒区衬砌结构冻胀力大小,并与弹性理论计算结果及现场测试结果进行对比分析。康永水等^[10]研究了寒区隧道冻胀变形的基本特征,并给出了围岩冻结圈、正冻圈及未冻圈的大致分布情况。然而,有关寒区隧道开挖引起围岩塑性区范围及塑性区应力的文献报道甚少,但隧道开挖围岩失稳又与隧道周边塑性区的发展密切相关。因此,确定塑性区范围和塑性区应力对寒区隧道稳定性分析具有重要的意义。

本文基于弹性理论拉密解及平面弹性复变理论,结合 Mohr-Coulomb 屈服准则,推导了寒区隧道冻胀力与围岩应力的弹塑性理论解。基于理论公式,求解了寒区隧道围岩塑性区范围及塑性区应力分布。研究成果对寒区隧道围岩稳定性研究具有良好的参考意义,能够较好地指导寒区隧道施工与设计。

1 计算模型简化

1.1 基本假定

为求解寒区隧道冻胀力与围岩应力场的分布,本文研究基于以下几点假定:

- (1) 将衬砌结构视为弹性介质,冻结圈围岩与未冻结围岩均视为弹塑性介质;
- (2) 隧道横断面形状为圆形,且处于静水应力场中;
- (3) 隧道轴向长度较横断面尺寸大得多,可按平面应变问题处理;
- (4) 衬砌与冻结圈围岩、冻结圈围岩与未冻结围岩之间的接触面上仅传递正应力,而不存在剪应力;
- (5) 由冻胀作用引起冻结圈中的围岩位移呈线性分布。

1.2 计算模型简化

隧道计算模型由衬砌、冻结圈围岩及未冻结围岩 3 种介质组成,如图 1 所示。其中, r_0 为衬砌内

半径, r_1 为隧道开挖半径, r_2 为冻结圈围岩外半径, θ 为围岩内部点(r, θ) 的方向角,取逆时针为正。

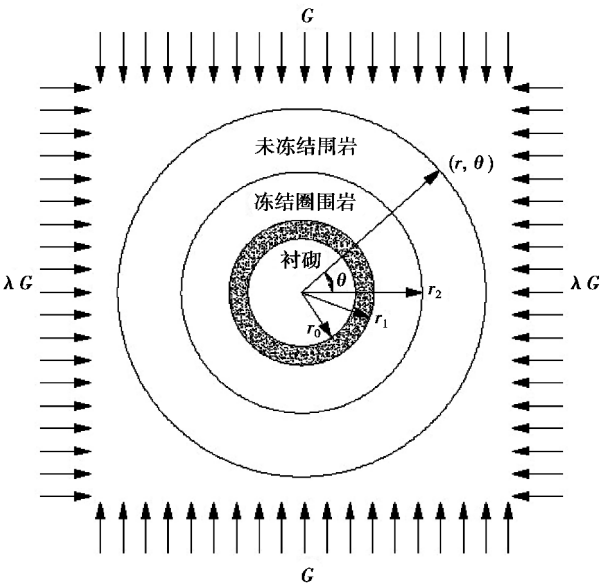


图 1 寒区隧道冻胀力与围岩应力计算模型

Fig. 1 Frost heaving pressures and surrounding rock stress conduction model of tunnel in cold regions

2 寒区隧道冻胀力解析解

冻胀力往往是寒区隧道中产生病害的主要原因之一^[11-13]。由于冻结圈围岩中的水份因冻结产生体积膨胀,衬砌结构及未冻围岩的存在又约束了这种膨胀,从而形成了作用于衬砌结构及未冻围岩上的冻胀压力。图 2 给出了寒区隧道冻胀力计算模型。

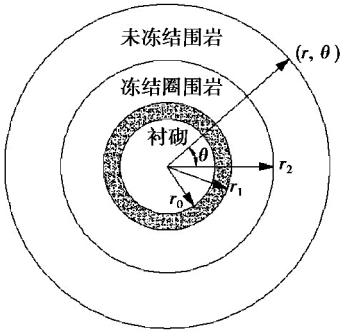


图 2 寒区隧道冻胀力计算模型

Fig. 2 Frost heaving pressures conduction model of tunnel in cold regions

2.1 衬砌结构应力与变形求解

衬砌结构可看成只受外压 σ_f 作用的弹性圆筒,由弹性理论^[14] 即可求得其应力场为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r1} &= \frac{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2} \sigma_f \\ \sigma_{\theta1} &= \frac{1 + \left(\frac{r_0}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2} \sigma_f \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由物理方程与几何方程可求得衬砌结构的径向位移为

$$u_{r1} = \frac{(1 + \mu_1) \left[1 - 2\mu_1 + \left(\frac{r_0}{r}\right) \right] \sigma_f}{E_1 \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2} \right)} \quad (2)$$

式中: E_1, μ_1 分别为衬砌结构的弹性模量和泊松比。

则衬砌外侧($r=r_1$)处的径向位移为

$$\delta_1 = u_{r1} \Big|_{r=r_1} = \frac{(1 + \mu_1) \left[1 - 2\mu_1 + \left(\frac{r_0}{r}\right) \right] \sigma_f}{E_1 \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2} \right)} \quad (3)$$

2.2 冻结圈围岩应力与变形求解

由于冻胀力作用,冻结圈的内外两侧分别受到 σ_f 和 σ_h 的作用,则冻结圈围岩应力场为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r2} &= \frac{\left(\frac{r_2}{r}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1} \sigma_f + \frac{\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1} \sigma_h \\ \sigma_{\theta2} &= \frac{\left(\frac{r_2}{r}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1} \sigma_f + \frac{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1} \sigma_h \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由物理方程与几何方程求得冻结圈围岩的径向位移为

$$u_{r2} = -m(1 - 2\mu_2)(\sigma_f r_1^2 - \sigma_h r_2^2)r + \frac{mr_1^2 r_2^2 (\sigma_h - \sigma_f)}{r} \quad (5)$$

$$m = \frac{1 + \mu_2}{E_2(r_2^2 - r_1^2)} \quad (6)$$

式中: E_2, μ_2 分别为冻结圈围岩的弹性模量和泊松比。

在冻结圈内侧($r=r_1$)处的径向位移为

$$\delta_{21} = -m(1 - 2\mu_2)(\sigma_f r_1^2 - \sigma_h r_2^2)r_1 + mr_1 r_2^2 (\sigma_h - \sigma_f) \quad (7)$$

在冻结圈外侧($r=r_2$)处的径向位移为

$$\delta_{22} = -m(1 - 2\mu_2)(\sigma_f r_1^2 - \sigma_h r_2^2)r_2 + mr_1^2 r_2 (\sigma_h - \sigma_f) \quad (8)$$

2.3 未冻围岩应力与变形求解

对于未冻围岩,只受内压 σ_h 作用,当未冻围岩外半径趋于无穷大时,其应力场的拉密解为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r3} &= \frac{r_2^2}{r^2} \sigma_h \\ \sigma_{\theta3} &= \frac{r_2^2}{r^2} \sigma_h \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

又由物理方程与几何方程求得未冻围岩的径向位移为

$$u_{r3} = -\frac{r(1 + \mu_3)}{E_3}[(1 - \mu_3)\sigma_{\theta3} - \mu_3\sigma_{r3}] = \frac{r_2^2(1 + \mu_3)}{rE_3}\sigma_h \quad (10)$$

式中: E_3, μ_3 分别为未冻围岩的弹性模量和泊松比。

在未冻围岩内侧($r=r_2$)处的径向位移为

$$\delta_3 = \frac{r_2(1 + \mu_3)}{E_3}\sigma_h \quad (11)$$

2.4 位移连续条件

在衬砌与冻结圈围岩交界面($r=r_1$)及冻结圈围岩与未冻围岩交界面($r=r_2$)处满足的位移连续条件为

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 - \delta_{21} &= \Delta d_1 \quad (r=r_1) \\ -\delta_3 - \delta_{22} &= \Delta d_2 \quad (r=r_2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $\Delta d_1, \Delta d_2$ 分别为冻胀作用引起冻结圈内外侧的位移,可按式(13)对其进行求解。

$$\left. \begin{aligned} \Delta d_1 &= \frac{\Delta V_1}{2\pi r_1} = \frac{n\alpha_t(r_a^2 - r_1^2)}{2r_1} \\ \Delta d_2 &= \frac{\Delta V_2}{2\pi r_2} = \frac{n\alpha_t(r_2^2 - r_a^2)}{2r_2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: n 为冻结圈围岩的孔隙率; α_t 为水变成冰的体积膨胀率; r_a 为冻胀零位移点的半径。由于冻胀圈围岩厚度较小,为求解方便,将围岩的孔隙率 n 视为常数。

2.5 冻胀零位移点半径 r_a 的确定

当冻结圈围岩冻结引起体积膨胀时,冻结圈内外边界上发生方向相反的位移,其方向如图3所示,即内边界向隧道内发生冻胀位移,外边界向围岩无穷远处发生冻胀位移。由假设(5)可知,冻结圈围岩中必然存在一个冻胀零位移点,其半径为 r_a ,如图3所示。由几何关系可知,冻胀零位移点的半径 r_a 满足关系式(14)。

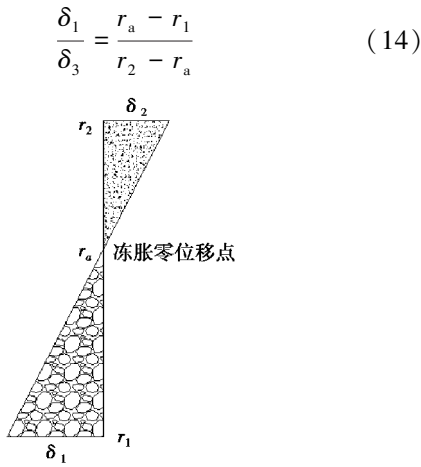


图 3 冻胀零位移点示意图

Fig. 3 Schematic diagram of zero displacement induced by frost

综上所述,冻胀零位移点半径 r_a 的求解步骤如下:

第 1 步:取 $r_a = (r_1 + r_2) / 2$,联立式(1)~(13),计算出冻胀力 σ_f 和 σ_h ;

第 2 步:根据式(3)、(11)、(14),由计算出的冻胀力 σ_f 和 σ_h ,可计算出新的冻胀零位移点半径 r_a ;

第 3 步:再将新求得的 r_a 代入式(13),并结合式(1)~(12),计算出新的冻胀力 σ_f 和 σ_h ;

第 4 步:再将新求得的冻胀力 σ_f 和 σ_h 代入式(3)、式(11)和式(14),再次计算出新的冻胀零位移点半径 r_a 。直至前后两次求得的 r_a 满足 $|r_a(n+1) - r_a(n)| \leq 1 \times 10^{-3}$ 的条件,再将 $r_a(n+1)$ 作为冻胀零位移点半径 r_a 的最终取值,代入上述方程组,可计算出精确的寒区隧道冻胀力 σ_f^* 和 σ_h^* 及围岩冻胀应力场及变形场。

再将上述求出的冻胀力 σ_f^* 和 σ_h^* 精确解分别代入式(4)和式(9),即可求得冻胀力作用下冻结圈围岩应力场及未冻围岩应力场为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r2}^* &= \frac{\left(\frac{r_2}{r}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1} \sigma_f^* + \frac{1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \sigma_h^* \\ \sigma_{\theta 2}^* &= -\frac{1 + \left(\frac{r_2}{r}\right)^2}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1} \sigma_f^* + \frac{\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 + 1}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \sigma_h^* \\ \tau_{r\theta 2}^* &= 0 \end{aligned} \right\} (r_1 \leq r < r_2) \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r3}^* &= \frac{r_2^2}{r^2} \sigma_h^* \\ \sigma_{\theta 3}^* &= -\frac{r_2^2}{r^2} \sigma_h^* \\ \tau_{r\theta 3}^* &= 0 \end{aligned} \right\} (r \geq r_2) \quad (16)$$

3 寒区隧道弹性围岩应力场解析解

由于寒区隧道开挖后必然会破坏岩体内原有应力的平衡状态,从而引起地层应力重分布,把地层应力所达到新的相对平衡称为围岩的二次应力状态。图 4 给出了围岩的二次应力状态的计算模型,其中: r_1 为隧道半径; G 为垂直原岩应力, λG 为水平原岩应力; λ 为围岩侧压系数,且 $\lambda = \mu / (1 - \mu)$ 。

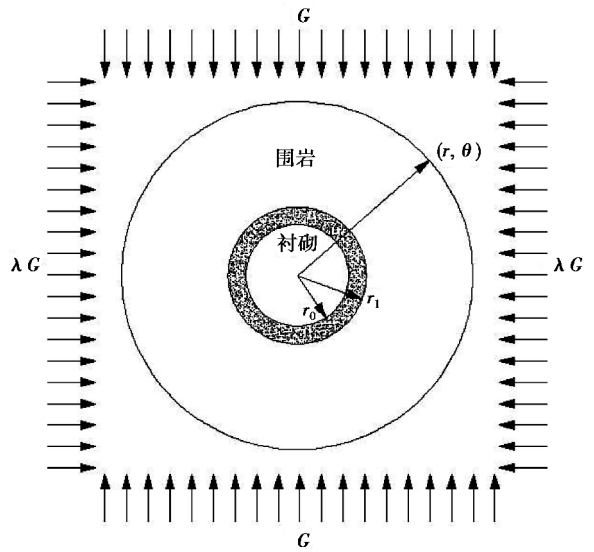


图 4 寒区隧道二次应力场计算模型

Fig. 4 Secondary stress field calculation model of tunnel in cold regions

3.1 围岩应力分析基本公式

将 z 平面圆外域保角映射到 ξ 平面的单位圆外域(如图 4),其映射函数为^[15]

$$z = \omega(\xi) = r_1 \xi \quad (17)$$

通过保角映射后, z 平面的围岩任意一点应力弹性平面解可用 ξ 平面的复势函数 $\varphi(z)$ 和 $\psi(z)$ 表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r + \sigma_\theta &= 4[Re][\Phi(\xi)] \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} &= \frac{2\xi^2}{r^2} \frac{1}{\omega'(\xi)} \times [\overline{\omega(\xi)} \overline{\Phi'(\xi)} + \overline{\omega'(\xi)} \overline{\psi(\xi)}] \end{aligned} \right.$$

其中:
$$\begin{cases} \Phi(\zeta) = \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \\ \psi(\zeta) = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \end{cases} \quad (18)$$

式中: Re 为取复数的实部; σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ 为围岩内的 3 个应力分量。

根据平面弹性复变理论, ζ 平面单位圆内域处处解析的两个复势函数 $\varphi(\zeta)$ 和 $\psi(\zeta)$ 的表达式为^[15]

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= -\frac{1+\mu}{8\pi}(F_x + iF_y) \ln \zeta + B\omega(\zeta) + \varphi_1(\zeta) \\ \psi(\zeta) &= -\frac{3-\mu}{8\pi}(F_x + iF_y) \ln \zeta + (B' + iC')\omega(\zeta) + \psi_1(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: $\overline{F_x} = \overline{F_y} = 0$ 、 $\overline{F_x} = \overline{F_y} = 0$ 为孔口边界处面力主矢量的 2 个分量; μ 为岩土体泊松比; B 、 B' 、 C' 由距隧道洞口很远处的应力主向和主应力确定; $\varphi_1(\zeta)$ 和 $\psi_1(\zeta)$ 为 ζ 单位圆外域的解析函数, 可分别由下式求得。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\zeta) &= -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f_0(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma \\ \psi_1(\zeta) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\overline{f_0(\sigma)}}{\sigma - \zeta} d\sigma - \frac{1}{\zeta} \varphi_1'(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: σ 为 ζ 平面在单位圆曲线 L 上的取值, $f_0(\sigma)$ 可表示为

$$\begin{aligned} f_0(\sigma) &= f(\sigma) + \frac{\overline{F_x} + i\overline{F_y}}{2\pi} \ln \sigma + \frac{1+\mu}{8\pi} \times \\ & (\overline{F_x} + i\overline{F_y}) \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \sigma - 2B\omega(\sigma) - (B' + iC') \overline{\omega(\sigma)} \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $f(\sigma)$ 为复变函数表示的应力边界条件, 其表达式为

$$f(\sigma) = i \int (\overline{f_x} + i\overline{f_y}) ds \quad (22)$$

式中: $\overline{f_x}$ 、 $\overline{f_y}$ 为孔口边界处的面力; 常数 B 、 B' 和 C' 由无穷远处边界的应力状态决定。

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty}{4} = -\frac{1}{4}G(1+\lambda) \\ B' &= \frac{\sigma_x^\infty - \sigma_y^\infty}{2} = -\frac{1}{2}G(1-\lambda) \\ C' &= \tau_{xy}^\infty = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

3.2 围岩二次应力场求解

由隧道洞口边界条件可知: 洞口不受面力作用, 即式(21)和式(22)中 $\overline{F_x} = \overline{F_y} = 0$, $\overline{f_x} = \overline{f_y} = 0$ 。再将式(23)代入式(21)中即可解得

$$f_0(\sigma) = \frac{G}{2}(1+\lambda)r_1\sigma + \frac{G}{2\sigma}(1-\lambda)r_1 \quad (24)$$

然后, 将式(24)代入式(20), 并注意 $\sigma \overline{\sigma} = 1$, 可解得 $\varphi_1(\zeta)$ 和 $\psi_1(\zeta)$ 如下式所示:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\zeta) &= -\frac{1}{2\pi i} \left[\frac{G}{2}(1+\lambda)r_1 \int_L \frac{\sigma}{\sigma - \zeta} d\sigma + \frac{G}{2}(1-\lambda)r_1 \int_L \frac{1}{\sigma(\sigma - \zeta)} d\sigma \right] \\ \psi_1(\zeta) &= -\frac{1}{2\pi i} \left[\frac{G}{2}(1+\lambda)r_1 \int_L \frac{1}{\sigma(\sigma - \zeta)} d\sigma + \frac{G}{2}(1-\lambda)r_1 \int_L \frac{\sigma}{\sigma - \zeta} d\sigma \right] - \frac{1}{\zeta} \varphi_1'(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

再将式(25)分别代入式(19), 整理后即可求得复势函数 $\varphi(\zeta)$ 和 $\psi(\zeta)$ 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= -\frac{Gr_1(1+\lambda)}{4}\zeta + \frac{Gr_1}{2\zeta}(1-\lambda) \\ \psi(\zeta) &= -\frac{Gr_1\zeta}{2}(1-\lambda) + \frac{Gr_1}{2\zeta}(1+\lambda) + \frac{Gr_1}{2\zeta^3}(1-\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

联立式(26)和式(18), 即可求出隧道开挖引起围岩应力的分布为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^0 &= -\frac{G(1+\lambda)}{2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) + \frac{G(1-\lambda)}{2} \left(1 - 3\frac{r_1^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta^0 &= -\frac{G(1+\lambda)}{2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2} \right) - \frac{G(1-\lambda)}{2} \left(1 + 3\frac{r_1^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta}^0 &= -\frac{G(1-\lambda)}{2} \left(1 + 3\frac{r_1^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

4 寒区隧道弹塑性围岩应力场解析解

寒区隧道受冻胀及开挖耦合作用后,当围岩内部某些位置的应力超出了围岩材料的弹性范围,即将进入塑性状态。为求解寒区隧道开挖后围岩塑性区范围及塑性区围岩应力,本文基于 Mohr-Coulomb 岩土屈服准则,将该问题看作二维轴对称问题,并注意到围岩的塑性区应该是隧道孔口边界附近的某个圆环范围,设其塑性区半径为 r_p 。根据单元体平衡微分方程及 Mohr-Coulomb 屈服准则,可得塑性区应力控制方程为^[16]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{28}$$

$$\sigma_\theta - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_r - \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} c = 0 \tag{29}$$

式中: c 为黏聚力; φ 为内摩擦角。

对于寒区隧道在受冻胀及开挖耦合作用下,围岩应力应等于冻胀力与开挖效应引起的应力之和,即

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^e &= \sigma_{r2}^* + \sigma_r^0 \\ \sigma_\theta^e &= \sigma_{\theta2}^* + \sigma_\theta^0 \end{aligned} \right\} (r_1 \leq r < r_2) \tag{30a}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^e &= \sigma_{r3}^* + \sigma_r^0 \\ \sigma_\theta^e &= \sigma_{\theta3}^* + \sigma_\theta^0 \end{aligned} \right\} (r \geq r_2) \tag{30b}$$

4.1 塑性区应力求解

围岩塑性区应满足塑性区应力控制方程,将方程(29)代入(28)中得:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r}{r} \cdot \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - \frac{2c \sin \varphi}{r(1 - \sin \varphi)} = 0 \tag{31}$$

由微分方程(31)可解得冻结圈屈服区应力为:

$$\sigma_r = \frac{Br^{\varepsilon-1} - R_c}{\varepsilon - 1} \tag{32}$$

式(32)中, B 为待定积分常数,由边界条件求出。 $R_c = 2c \cdot \cos \varphi / (1 - \sin \varphi)$,为围岩的单轴抗压强度; $\varepsilon = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$ 。

将边界条件代 $(\sigma_r)r=r_1=\sigma_{r1}$ 代入式(33),即可得到冻结圈塑性区径向应力和切向应力的计算公式:

$$\sigma_r^p = \frac{[(\varepsilon - 1)\sigma_{r1} + R_c] \left(\frac{r}{r_1} \right)^{\varepsilon-1} - R_c}{\varepsilon - 1} \tag{33a}$$

$$\sigma_\theta^p = \frac{\varepsilon [(\varepsilon - 1)\sigma_{r1} + R_c] \left(\frac{r}{r_1} \right)^{\varepsilon-1} - R_c}{\varepsilon - 1} \tag{33b}$$

4.2 塑性区半径 r_p 的确定

1971 年,学者 Kastner^[17]提出了一种近似确定隧道围岩塑性区边界的方法,其中,塑性区边界条件可表示为

$$\sin \varphi = \frac{\sqrt{(\sigma_\theta^e - \sigma_r^e)^2 + (2\tau_{r\theta}^e)^2}}{\sigma_\theta^e - \sigma_r^e + 2c \cot \varphi} \tag{34}$$

再将式(30a)与(30b)代入式(34),整理后可得到

$$4c^2 + 4\sigma_\theta^e \sigma_r^e = [(\sigma_\theta^e + \sigma_r^e) \cos \varphi - 2c \sin \varphi]^2 + (2\tau_{r\theta}^e)^2 \tag{35}$$

塑性区半径 r_p 的确定首先需要判断弹塑性交界面所处位置,若弹塑性交界面位于冻结圈内,则联立式(30a)与式(35)求解塑性区半径 r_p ;然而,若弹塑性交界面位于未冻围岩内,则联立式(30b)与式(35)求解。

5 算例分析

文章算例计算参数同文献[18],寒区隧道海拔约 3 800 m,断面埋深 $h = 100$ m。当地年平均气温约为零下 3 ℃,隧道洞内最低气温约为零下 15 ℃。隧道冻胀深度约为 3.5 m,其几何尺寸为 $r_0 = 4.5$ m, $r_1 = 5.5$ m, $r_2 = 9.0$ m。衬砌结构的弹性模量及泊松比分别为 $E_1 = 20\,000$ MPa, $\mu_1 = 0.2$;冻结圈围岩的弹性模量及泊松比分别为 $E_2 = 240.50$ MPa, $\mu_2 = 0.35$;未冻围岩的弹性模量及泊松比分别为 $E_3 = 800$ MPa, $\mu_3 = 0.33$ 。围岩黏聚力及摩擦角分别为 $c = 1.2$ MPa, $\varphi = 45^\circ$,岩土侧压力系数 $\lambda = 0.5$,密度 $\rho = 2\,500$ kg/m³。冻结圈围岩的孔隙率 $n = 0.18$,水变成冰的体积膨胀率 $\alpha_i = 9\%$ 。

5.1 冻胀力 σ_f^* 和 σ_h^* 及冻胀应力场求解

参照 3.5 节具体求解步骤,首先利用迭代法确定冻胀零位移点半径 r_a ,使其满足精度要求,然后联立式(1)~(13),代入以上计算参数,即可求得寒区隧道冻胀力 $\sigma_f^* = 3.473$ MPa 和 $\sigma_h^* = 2.348$ MPa。再将 r_1 、 r_2 、 σ_f^* 及 σ_h^* 代入式(15)和式(16),又可得到围岩冻胀应力场为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r2}^* &= \frac{54.319}{r^2} + 1.677 \\ \sigma_{\theta2}^* &= -\frac{54.319}{r^2} + 1.677 \\ \tau_{r\theta2}^* &= 0 \end{aligned} \right\} (r_1 \leq r < r_2) \tag{36a}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r3}^* &= \frac{190.188}{r^2} \\ \sigma_{\theta 3}^* &= -\frac{190.188}{r^2} \\ \tau_{r\theta 3}^* &= 0 \end{aligned} \right\} (r \geq r_2) \quad (36b)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^0 &= \frac{2.5}{2} \left[1.5 \times \left(1 - \frac{30.25}{r^2} \right) + 0.5 \left(1 - \frac{121}{r^2} + \frac{2 \, 745.187 \, 5}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ \sigma_\theta^0 &= \frac{2.5}{2} \left[1.5 \times \left(1 + \frac{30.25}{r^2} \right) - 0.5 \left(1 + \frac{2 \, 745.187 \, 5}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ \tau_{r\theta}^0 &= -\frac{2.5}{2} \times 0.5 \times \left(1 + \frac{60.5}{r^2} - \frac{2 \, 745.187 \, 5}{r^4} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

5.3 塑性区半径 r_p 求解

联立式(35)~(37),可求出围岩塑性区半径 r_p 。这里给出塑性区半径 r_p 随方向角 θ 的变化曲线,如图 5 所示,并分析寒区隧道受冻胀力影响下围岩塑性区的变化情况。

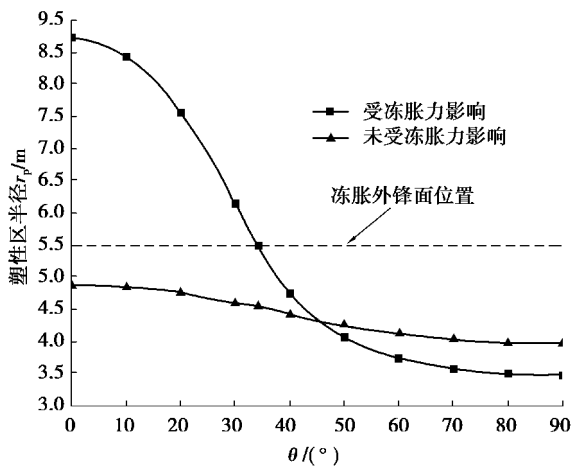


图 5 塑性区半径 r_p 随方向角 θ 变化曲线

Fig. 5 Curves for plastic zone radius of r_p changed with θ

从图 5 可看出,当 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 时,曲线存在如下规律:

(1) 当 $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ 时,冻胀力的存在致使围岩塑性区迅速扩展;而当 $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 时,冻胀力的存在却限制了围岩塑性区的发展。

(2) 隧道开挖所引起的塑性区半径 r_p 随 θ 的变化曲线呈单调递减趋势,未受冻胀力作用时曲线反弯点位于 $\theta=45^\circ$ 左右,而受冻胀力作用时曲线反弯点则位于冻胀外峰面处。

6 结论

从理论角度出发,研究了寒区隧道冻胀力及围

5.2 围岩二次应力场求解

将计算参数 $r_1=5.5 \text{ m}$ 、 $r_2=9.0 \text{ m}$ 、 $\lambda=0.5$ 、 $\rho=2 \, 500 \text{ kg/m}^3$ 、 $h=100 \text{ m}$ 代入式(27),其中, $G=\rho gh=2.5 \text{ MPa}$,即可得到围岩二次应力场为:

岩应力的问题,得到以下主要结论:

(1) 基于弹性理论拉密解及复变理论,结合 Mohr-Coulomb 屈服准则,确定了围岩塑性区范围,并推导了冻胀力与围岩应力的弹塑性理论解。

(2) 提出了采用迭代法确定冻胀零位移点半径 r_a 的思路,给出了较为精确、合理的冻胀零位移点半径 r_a 。

(3) 寒区隧道围岩塑性区发展受冻胀力影响的规律为:当 $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ 时,冻胀力的存在会加剧围岩塑性区的发展;而当 $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 时,冻胀力的存在却又限制了围岩塑性区的发展。研究成果可为今后开展隧道冻胀性问题的理论研究提供一定参考。

参考文献 (References)

[1] 黄继辉,夏才初,韩常领,等.考虑围岩不均匀冻胀的寒区隧道冻胀力解析解[J].岩石力学与工程学报,2015,34(增2):3766-3774. (Huang Jihui, Xia Caichu, Han Changlin, et al. Analytical solution of frost heave force acting on cold-region tunnel liner considering anisotropy frost heave of surrounding rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34 (Supp.2): 3766-3774. (in Chinese))

[2] 冯强.季节性寒区隧道围岩温度场与变形特性研究[D].北京:中国矿业大学,2014. (Feng Qiang. Temperature field and deformation analysis of rocks surrounding seasonal cold-region tunnels[D]. Beijing: China University of Mining and Technology, 2014. (in Chinese))

[3] 赖远明,吴紫汪,朱元林,等.寒区隧道冻胀力的黏弹性解析解[J].铁道学报,1999,21(6):70-74.(Lai Yuanming, Wu Ziwan, Zhu Yuanlin, et al. Analytical viscoelastic solution for frost force of cold regional tunnels[J]. Journal of China Railway Society,1999,21(6):70-74.(in Chinese))

[4] Gao G Y, Chen Q S, Zhang Q S, et al. Analytical elasto-plastic solution for stress and plastic zone of surrounding rock in cold region tunnels [J]. Cold Regions Science and Technology,2012,72:50-57.

[5] Zhang X F, Lai Y M, Yu W B, et al. Nonlinear analysis for the three-dimensional temperature fields in cold region tunnels [J]. Cold Regions Science and Technology,2002,35(3),207-219.

[6] 渠孟飞,谢强,胡熠,等.寒区隧道衬砌冻胀力室内模型试验研究[J].岩石力学与工程学报,2015,34(9):1894-1900.(Qu Mengfei, Xie Qiang, Hu Yi, et al. Model test on frost heaving force of tunnel lining in cold region [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2015,34(9):1894-1900.(in Chinese))

[7] 仇文革,孙兵.寒区破碎岩体隧道冻胀力室内对比试验研究[J].冰川冻土,2010,32(3):557-561.(Qiu Wenge, Sun Bing. Model test study of frost heaving pressures in tunnels excavated in fractured rock mass in cold regions[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2010,32(3):557-561.(in Chinese))

[8] 耿珂.冻融循环对寒区隧道结构冻胀力的影响[J].冰川冻土,2013,35(4):913-919.(Geng Ke. Impacts of freeze-thaw cycle on frost heaving forces on tunnel structures in cold regions[J]. Journal of Glaciology and Geocryology,2013,35(4):913-919.(in Chinese))

[9] 陈立杰,王正中,刘旭东,等.高地下水位灌排渠道衬砌结构抗冻胀数值模拟[J].长江科学院院报,2009,26(9):66-70.(Chen Lijie, Wang Zhengzhong, Liu Xundong, et al. Simulation analysis of channel frost heave under high ground water level [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2009, 26(9):66-70.(in Chinese))

[10] 康永水,刘泉声,赵军,等.岩石冻胀变形特征及寒区隧道冻胀变形模拟[J].岩石力学与工程学报,2012,31(12):2518-2526.(Kang Yongshui, Liu Quansheng, Zhao Jun, et al. Research on frost deformation characteristics of rock and simulation of tunnel frost deformation in cold region[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2012,31(12):2518-2526.(in Chinese))

[11] Lai Y M, Wu Z W, Zhu Y L, et al. Nonlinear analysis for the coupled problem of temperature, seepage and stress fields in cold-region tunnels [J]. Numerical methods,1998,13(4):435-440.

[12] Lai Y M, Wu Z, Zhu Y, et al. Nonlinear analysis for the coupled problem of temperature and seepage field in cold regions tunnels [J]. Cold regions science and technology,1999,29(1):89-96.

[13] 马晓良,董新平.寒冷及严寒地区隧道冻害发生机理及防治[J].地下空间与工程学报,2014,10(增2):1996-1999.(Ma Xiaoliang, Dong Xinping. The frost damage mechanism and countermeasures for tunnels in cold regions[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2014, 10 (Supp. 2): 1996-1999. (in Chinese))

[14] 徐芝纶.弹性力学(第四版)[M].北京:高等教育出版社,2006.(Xu Zhilun. Elasticity [M]. Beijing: Higher Education Press,2006.(in Chinese))

[15] 王立忠,吕学金.复变函数分析盾构隧道施工引起的地基变形[J].岩土工程学报,2007,29(3):319-327.(Wang Lizhong, Lü Xuejin. A complex variable solution for different kinds of oval deformation around circular tunnel in an elastic half plane [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29 (3): 319-327.(in Chinese))

[16] 陈明祥.弹塑性力学[M].北京:科学出版社,2007.(Chen Mingxiang. Elasticity and plasticity [M]. Beijing: Science Press,2007.(in Chinese))

[17] Kastner H. Static des Tunnel-und Stollenbaues [M]. Springer, Berlin,1971.

[18] Lai Y M, Wu H, Wu Z W, et al. Analytical viscoelastic solution for frost force in cold-region tunnels [J]. Journal of the China Railway Society, 1999, 31 (3), 227-234.