

基于实际分布的花岗岩颗粒流模拟几何模型*

徐金明,赵丹,黄大勇

(上海大学 土木工程系,上海 200444)

摘 要:岩石通常由不同组分组成,这些组分之间的类别差异与相互作用决定了岩石的宏观物理力学性质。以花岗岩为例,使用灰度阈值分割技术确定岩石中细观组分的具体类别与实际位置,使用平行连接表征颗粒间的胶结物,使用簇粒和聚粒分别表征黑云母、长石和石英,建立了考虑细观组分实际类型和分布的花岗岩颗粒流数值模拟的几何模型。结果表明:使用数字图像处理所得组分类型和位置可以作为建立数值模拟几何模型的基本数据;不同组分可以使用簇粒和聚粒来表征;不同组分的细观物理力学参数对花岗岩宏观力学行为有较大影响。由于细观组分的实际分布与细观物理力学性质控制了岩石的变形破坏过程,本文方法为研究岩石材料力学行为提供了一条新的研究途径。

关键词:花岗岩;实际分布;颗粒流模拟;几何模型

中图分类号:P642.3 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-0836(2017)03-0678-06

Geometry Model in Particle Flow Simulation of Granite Based on Actual Distribution

Xu Jinming,Zhao Dan,Huang Dayong

(Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444, P.R. China)

Abstract: Rock is generally composed of various meso-compositions. The differences in type and the interactions between these meso-compositions may affect the macro-mechanics properties of rock material. In the current study, taking granite as an example, the actual locations and types of the compositions were determined using grayscale threshold segmentation technique. The cements were then characterized by parallel contacts between particles. The cluster and clump were used to present the biotitite, and feldspar and quartz, respectively. A geometrical model based on the actual types and distributions of the compositions was thereafter established in particle flow simulation in mseo scale. It shows that the types and locations of various compositions in granite obtained from the digital processing may be efficiently used as the input data in establishing the geometrical model in a particle flow simulation; different compositions may be constructed respectively by using the clusters or clumps; the physical and mechanics parameters in the meso scale may much affect the mechanical features of granite. Because the features and variations of the meso-compositions control the deformation/failure process, the method proposed herein may provide a new routine to investigate the mechanical properties of the rock materials.

Keywords: granite; actual distribution; particle flow simulation; geometry model

0 引言

岩石通常由不同细观组分组成(比如,花岗岩通常由石英、黑云母和长石组成)。岩石中细观组分的类别差异与物理力学性质,对宏观物理力学性质具有控制作用。

* 收稿日期:2016-12-08(修改稿)
作者简介:徐金明(1963-),男,江苏南通人,博士,教授,主要从事岩土工程、地下工程等领域的教学与科研工作。
E-mail:xjming@163.com
基金项目:国家自然科学基金(41472254)

岩石中细观组分的类别差异,可以使用数字图像处理技术获得。雷冬等^[1]采用数字图像相关方法研究了花岗岩岩体非均质性及其对抗压强度和变形场分布的影响;丁秀丽等^[2]由数字图像处理结果生成土石混合体双轴压缩试验的颗粒流模型;周基等^[3]使用特征聚类方法、链码边界跟踪和线段表算法分离不同成分,使用聚粒和圆盘单元建立了沥青混合料的离散元几何模型;Gao 等^[4]使用计算机层析扫描图像得到颗粒几何模型,使用聚粒和最小聚粒准则模拟了颗粒形状的不规则性。

岩石类材料的细观物理力学参数,大多根据室内试验成果、使用颗粒流方法标定得到。Potyondy 等^[5]获得了 Lac du Bonnet 花岗岩的细观参数;Hsieh 等^[6]分析了砂岩细观组分含量与宏观力学特性之间的关系;冀东等^[7]建立了片麻岩的颗粒流数值模型并进行了细观参数对宏观参数影响的敏感度分析;徐金明等^[8]获得了石灰岩的主要细观力学参数;陶连金等^[9]采用颗粒离散元软件研究了松散围岩的渐进破坏过程与应力变化特征;刘广等^[10]分析了颗粒形状对石英砂岩力学行为的影响;Cho 等^[11]使用簇粒来改善岩石力学特性的预测能力;Xia 等^[12]使用聚粒平行连接模型研究了不同加载方式下的岩石变形破坏过程;包春燕等^[13]分析了非均质岩石裂纹间距对应力分布的影响。

建立颗粒流模型的基础是细观几何模型。现有方法中,使用细观成分统计结果难以反映细观组分的实际分布和相互作用,使用二值化图像处理方法区分不同组分不适用于 3 种以上成分组成的情况^[14]。本文将含有 3 种以上组分的花岗岩为例,使用数字图像处理技术确定岩石中细观组分的类型与分布,进而建立花岗岩颗粒流模拟的几何模型,为研究细观组分特征对宏观力学特性影响打好基础。

1 细观组分实际位置与类型的确定

试验所用花岗岩取自甘肃北山。在室内进行单轴抗压强度试验,使用佳能(Cannon)摄像机与 EOS Utility 设置,摄取了整个加载过程的试验视频。在试验视频中提取单帧图像并命名为 BeiShan3_C_01.jpg,将这一单帧图像转化为灰度图像(如图 1),取整个样本为研究区域。样本大小为 48.6 mm× 99.8 mm、总像素数为 546 × 266。

区分组分类型时,使用矿物学鉴定方法确定主

要位置的矿物成分类型,据此将黑云母、石英、长石的灰度分界阈值定为 81 和 196。在此基础上,使用 8 连通方式得到任一组分的对象集。对于对象集中的每一对象,获取该对象所有像素在整体像素坐标系中的像素坐标表(PixelList)。为从单帧图像 BeiShan3_C_01.jpg 中得到任一位置的矿物组分类型,笔者编制了 MATLAB 文件 FindTreshHolds.m。

灰度阈值分割所得位置是像素坐标系下获得的。为了与颗粒流模拟时的物理坐标系一致,必须进行坐标转换。像素坐标系原点为左上角,水平和竖向正方向分别是自左向右和自上向下,物理坐标系原点是模拟区域中心,水平和竖向正方向分别是自左向右和自下向上。根据这一关系,得到每一像素在物理坐标系中的对应数值。图像分割后,各组分百分比之和是 100,灰度分割结果与组分重构结果基本一致。这说明,使用灰度阈值分割方法可以将细观成分有效区分开来。

对于单帧图像,使用上述方法编制 MATLAB 平台文件 FindCompositionLocations.m,得到物理坐标系中不同细观组分的实际位置与类型(结果文件为 CompositionLocations.txt)。为了颗粒流模拟时调用方便,该文件中文件头设置为 def CompositionLocations;预设数组为 A1(M1,N1,P1)~A3(M3,N3,P3),M1~M3 分别是黑云母、石英、长石的对象序数,N1~N3 分别是某一黑云母、石英、长石对象所含像素的序数,P1~P3 分别是黑云母、石英、长石坐标分量的具体数值;主体内容是不同的组分像素坐标分量的具体数值 A1(M1,N1,P1)~A3(M3,N3,P3);文件尾为各组分实际所含对象数 A1N~A3N,各对象实际所含像素数 B1(K)~B3(K),K 是某一对象所含像素总数的限制值。

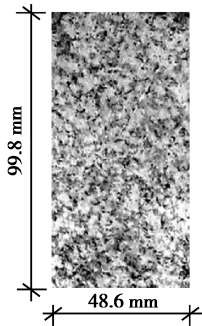


图 1 花岗岩图像外观
Fig. 1 Granite specimen

2 颗粒流模拟几何模型的建立

Itasca 公司^[15]开发的二维颗粒流代码 PFC2D (即 Particle Flow code in 2-Dimendion)可以用于岩石变形破坏过程的数值模拟。本次研究使用 PFC2D 中的集成代码包 Augmented FishTank,通过二次开发来建立花岗岩颗粒流模拟的几何模型。

2.1 颗粒位置的确定

研究时,最小颗粒半径 R_{min} 取 0.5 mm,粒径比 R_{max}/R_{min} 取为 1.66。假设颗粒为圆盘,所有颗粒使用 Augmented FishTank 命令 Generate 随机生成,生成的总颗粒数为 2 995 个。

与颗粒位置有关的几何参数列于表 1。表 1 还给出了试样宽度 w 和试样高度 h ,标出了各参数在 FishTank 中的表示方式(后述表格与此类似)。作者编制了文件 BallGeometricParameters.FIS 来设置这些几何参数。

表 1 细观模拟时颗粒的基本几何参数

Table 1 Basic geometric parameters of particles in particle flow simulation

基本细观参数	样本	颗粒
$w, et2_xlen/m$	48.6×10^{-3}	
$h, et2_ylen/m$	99.8×10^{-3}	
$R_{min}, et2_rlo/m$		0.50×10^{-3}
$R_{max}/R_{min}, et2_radius_ratio$		1.66

2.2 颗粒类型的确定

颗粒基本类型以颗粒颜色来标识,调用数字图像识别文件 CompositionLocations.txt 来实现;通过像素循环和颗粒循环,找出距像素附近最近的颗粒,该颗粒类型以对应像素类型来设置。为显示方便,黑云母、石英、长石的类别编号和颜色编号分别设置为 1、2、3。

颗粒组合类型包括簇粒和聚粒两类。

(1)将黑云母(类别编号为 1)作为簇粒来处理。采用 Augmented FishTank 中的簇粒生成方法,不仅容易计算溢出,还会大大增加颗粒数量。考虑到簇粒的本质含义,采用与聚粒生成类似方法来形成簇粒:先使用 range 命令定义对象组别,将所有黑云母颗粒加入到相应颗粒组别,对各颗粒组设置细观参数(如表 2),消除颗粒中的不平衡内力(生成簇粒时不考虑重力加速度,颗粒流模拟时考虑重

力加速度,均调用预先编制的消除不平衡内力函数 DampClusters)。

表 2 簇粒的细观力学性质参数

Table 2 Meso-mechanical parameters of clusters

参数类型	颗粒参数数值
cl_pbs,平行联结切向强度 /Pa	5×10^5
cl_pbkn,法向刚度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	1×10^7
cl_pbks,切向刚度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	1×10^7
cl_pbr,等代半径	1
cl_kn,簇粒法向刚度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	1×10^7
cl_ks,簇粒切向刚度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	1×10^7
cl_nb,法向接触强度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	5×10^5
cl_sb,切向接触强度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	5×10^5
cl_fric,簇粒摩擦系数	0.2
cl_pbn,平行联结法向强度 /($\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1}$)	5×10^5
cl_den,密度 /($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	2 000
cl_diam,直径比	3.0
cl_damp,内部粘滞因子	1
cl_pack,簇粒挤压形状	1
cl_balls,颗粒数	5
cl_tight,挤密度	0.99

(2) 将石英和长石(类别编号分别为 2 和 3)作为聚粒来处理。使用全部颗粒循环和 range 命令,将每一对象范围内的颗粒逐个加入到颗粒组别,形成不同石英和长石对象对应的颗粒组,将各组颗粒使用 clump 命令生成聚粒。根据细观组分颗粒类型的这些确定方法,编制了专门文件 ParticleLocations.FIS。

根据图像识别结果与基本细观参数,所有颗粒通过循环更新为 ball(颗粒)、cluster(簇粒)或 clump(聚粒),生成了初始样本(如图 2)。

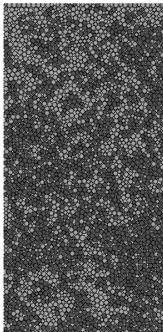


图 2 花岗岩细观组分模拟的初始样本

Fig. 2 Initial specimen in particle flow simulation

3 花岗岩宏观参数的颗粒流模拟

3.1 细观物理力学性质参数的确定

颗粒细观基本物理性质参数是颗粒密度 ρ (md_dens),取 $\rho = 2630.0 \text{ kg/m}^3$ 。笔者建立的对文件是 BallPhysicsParameters.FIS。

可以根据组分类型和接触情况设置细观力学性质参数。参考 Potyondy 等^[5]的成果,通过颗粒循环设置颗粒细观力学参数,对应文件为 BallMechanicsParameters.FIS,所用数据如表 3。

表 3 颗粒的力学性质参数

Table 3 Basic mechanical parameters of particles

颗粒细观参数类型	颗粒细观参数数值
$E, \text{md_Ec}$, 弹性模量/Pa	2.10×10^{10}
$k_n/k_s, \text{md_knoverks}$, 颗粒刚度比	1.20
$\mu, \text{md_fric}$, 颗粒摩擦系数	0.50

矿物颗粒间的胶结物使用平行连接来表征。平行连接基本参数仍参考 Potyondy 等^[5]的成果进行改进而得: $\bar{\lambda} = 1.0, \bar{E}_c = 1.60 \times 10^9 \text{ Pa}, \bar{k}_n/\bar{k}_s = 1.10, \bar{\sigma} = 27.90 \times 10^6 \text{ Pa}, \bar{\sigma}_s = 23.50 \times 10^6 \text{ Pa}, \bar{\tau} = 5.0 \times 10^6 \text{ Pa}, \bar{\tau}_s = 5.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。这里, $\bar{\lambda}$ 为平行连接半径乘子 (pb_radmult), \bar{E}_c 为平行连接弹性模量 (pb_Ec), \bar{k}_n/\bar{k}_s 为平行连接刚度比 (pb_knoverks), $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\sigma}_s$ 分别为平行连接法向强度的均值和标准差, $\bar{\tau}$ 和 $\bar{\tau}_s$ 分别为平行连接切向强度的均值和标准差, 括号中的符号为 FishTank 中的表示方式。根据单轴抗压强度试验, 岩样弹性模量 $E_2 = 2.930 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu_2 = 0.149$, 峰值应力 $\sigma_2 = 37.072 \text{ MPa}$ 。采用基本物理力学性质参数时, 颗粒流数值模拟结果是: 岩样弹性模量 $E_1 = 2.936 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu_1 = 0.147$, 峰值应力 $\sigma_1 = 36.535 \text{ MPa}$ 。这 3 个指标相对误差的平方和

$$E_R = (E_1 - E/E_1)^2 + (\mu_1 - \mu/\mu_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma/\sigma_1)^2 = 0.000\ 394 = 0.039\ 4\%$$

不同成分之间连接强度存在较大差异, 目前还没有考虑这种差异的设置方法。研究时, 根据颗粒接触类型和对应矿物硬度大小、通过接触循环设置不同颗粒间的平行连接接触参数。将长石-长石平行连接强度作为基本参数, 根据矿物硬度相对大小来确定不同成分颗粒间的平行连接强度。不同颗

粒间的平行连接接触参数设置情况如表 4, 所编 FISH 代码文件为 CementParameters.FIS。

表 4 不同接触形式时平行连接的力学性质参数

Table 4 Mechanical properties of parallel connection in different contact forms

接触型式	$\bar{\sigma}$	$\bar{\tau}$
	pb_sn_mean /MPa	pb_ss_mean /MPa
墙-墙	33.48	28.20
墙-黑云母	22.32	18.80
墙-长石	30.69	25.85
墙-石英	33.48	28.20
黑云母-黑云母	11.16	9.40
黑云母-长石	19.53	16.45
黑云母-石英	22.32	18.80
长石-长石	27.90	23.50
长石-石英	30.69	25.85
石英-石英	33.48	28.20

研究时, 所有黑云母对象采用簇粒来表征, 簇粒的细观力学参数取为 FishTank 中的默认数值 (如表 2), 各变量符号沿用 FishTank 中的代码表示方式。笔者所编簇粒参数对应的 FISH 代码文件为 ClusterParameters.FIS。

颗粒流模拟时算法参数包括颗粒生成和颗粒流模拟两个阶段的算法参数, 研究时采用 Augmented FishTank 中的默认数值, 对应 FISH 代码分别为 ArithmParameters1.FIS 和 ArithmParameters2.FIS。

3.2 颗粒流模拟结果

编制了 PFC2D 平台下进行颗粒流模拟的主程序文件 GranitePFC.DVR, 基本颗粒生成和模拟过程通过文件 md.FIS、et2.FIS、flt.FIS_btw.DVR 来实现, 组分分布调用文件 CompositionLocations.txt 来获取, 颗粒类型和实际分布通过调用文件 ParticleLocations.FIS 来确定, 颗粒的细观物理参数和力学参数分别调用文件 BallPhysicsParameters.FIS 和 BallMechanicsParameters.FIS 来实现, 平行连接接触参数通过调用文件 CementParameters.FIS 来设置, 簇粒参数通过调用文件 ClusterParameters.FIS 来设置, 颗粒生成和颗粒流模拟的算法参数则分别通过调用文件 ArithmParameters1.FIS 和

ArithmParameters2.FIS 来实现。

在此基础上,根据不同组分的实际类型,分别建立了颗粒、聚粒、簇粒的几何模型,使用前述细观物理力学性质参数对花岗岩单轴压缩试验进行了颗粒流模拟,模拟结果如表 5。表 5 中, E_1 和 μ_1 分别为基于墙颗粒与平面应变的弹性模量和泊松比, E_2 和 μ_2 分别为基于墙颗粒与平面应力的弹性模量和泊松比, E_3 和 μ_3 分别为基于测试圆与平面应变的弹性模量和泊松比, E_4 和 μ_4 分别为基于测试圆与平面应力的弹性模量和泊松比, σ_{n1} 和 σ_{n2} 分别为基于墙颗粒和测试圆的峰值应力, N_1 、 N_2 和 N_3 分别为峰值应力时基于测试圆的裂缝条数、平行连接法向裂缝条数、平行连接切向裂缝条数。

表 5 考虑实际分布的花岗岩颗粒流模拟结果

Table 5 Results of particle flow simulation based on actual distributions

参数类型	模拟结果
E_1/GPa	2.928
μ_1	0.142
E_2/GPa	2.989
μ_2	0.166
E_3/GPa	2.936
μ_3	0.147
E_4/GPa	3.001
μ_4	0.172
σ_{n1}/MPa	36.183
σ_{n2}/MPa	36.534
N_1	70
N_2	20
N_3	50

4 讨论

(1) 使用数字图像处理方法确定不同细观组分实际分布和类型时,识别出的组分对象数目较多,使用数学形态学处理可能会更好一些。但是,数学形态学处理往往会改变组分大小。为避免出现成分大小被改变并充分反映不同组分的实际情况,本次研究没有进行数学形态学操作。

(2) 根据实际分布和类别建立颗粒流模拟几

何模型时,研究时采用先随机生成颗粒,然后根据组分类型分别使用不同类型颗粒(ball、cluster、clump)来表征的方法。此时,细观组分可以达到 3 种以上,细观组分可以是任意形状,比较适合于考虑多组分岩石(比如花岗岩)的细观特征研究。

(3) 颗粒流模拟模型中,颗粒之间相互作用主要取决于细观物理力学参数。根据组分类别设置细观物理力学性质参数的方法,适合于考虑 3 种以上组分实际分布和相互作用的情况。虽然研究时验证了 Potyondy 等^[5]结果的正确性,但 Potyondy 和 Cundall 并没有考虑不同组分的实际分布,细观物理力学性质参数设置也有一定的任意性。目前还没有颗粒之间连接力的测试方法,颗粒之间的连接类型很难直接确定,使用更细尺度的研究(比如采用卓杨等^[16]研究材料界面起裂过程的分子动力学模拟方法)、采用更好的细观测量手段,将有助于准确设置细观物理力学性质参数。

5 结论

(1) 根据室内试验时摄取的试验视频,抽取视频中的单帧图像,使用灰度阈值分割技术得到了花岗岩中不同细观组分的实际位置与类型。根据颗粒类型,用颗粒、聚粒、簇粒来表征不同细观组分,建立了考虑细观组分实际类型和分布的花岗岩颗粒流数值模拟几何模型。

(2) 根据所提出的细观几何模型、物理力学性质参数,进行了花岗岩的颗粒流模拟,得到了基于颗粒组分实际分布花岗岩宏观参数。

(3) 由于不同细观组分特点控制了岩石的变形破坏过程,本文方法为以细观组分实际分布及其相互作用研究为基础的岩石材料变形破坏过程研究提供了一条新的研究途径。

参考文献(References)

[1] 雷冬,王克峰,汤晓波,等.非均质岩体压缩破坏的数字图像相关研究[J].地下空间与工程学报,2011,7(6):1158-1162. (Lei Dong, Wang Kefeng, Tang Xiaobo, et al. Digital image correlation study on damage of heterogeneous rock under compression loading [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2011, 7 (6): 1158-1162. ((in Chinese))

- [2] 丁秀丽,李耀旭,王新. 基于数字图像的土石混合体力学性质的颗粒流模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2010,29(3):477-484. (Ding Xiuli, Li Yaouxu, Wang Xin. Particle flow modeling mechanical properties of soil and rock mixtures based on digital image [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 477-484. (in Chinese))
- [3] 周基,田琼,芮勇勤,等. 基于数字图像的沥青混合料离散元几何建模方法[J]. 土木建筑与环境工程, 2012, 34(1): 136-140. (Zhou Ji, Tian Qiong, Rui Yongqin, et al. A DEM Geometric method of HMA based on digital imaging processing [J]. Journal of Civil Architectural and environmental Engineering, 2012, 34(1): 136-140. (in Chinese))
- [4] Gao R, Du X, Zeng Y W, et al. A new method to simulate irregular particles by discrete element method [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2012, 4(3): 276-281.
- [5] Potyondy D O, Cundall P A. A bonded-particle model for rock [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41: 1329-1364.
- [6] Hsieh Y M, Li H H, Huang T H, et al. Interpretations on how the macroscopic mechanical behavior of sandstone affected by microscopic properties-revealed by bonded-particle model [J]. Engineering Geology, 2008, 99(1-2): 1-10.
- [7] 冀东,杨志军,彭超.片麻岩破裂演化机制的颗粒流模拟研究[J]. 地下空间与工程学报, 2013, 9(4): 825-830. (Ji Dong, Yang Zhijun, Peng Chao. Numerical simulation research on mechanism of gneisses fracture evolution by particle flow code [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013, 9(4): 825-830. ((in Chinese))
- [8] 徐金明,谢芝蕾,贾海涛. 石灰岩细观力学特性的颗粒流模拟[J]. 岩土力学, 2010, 31(增2): 390-395. (Xu Jinming, Xie Zhilei, Jia Haitao. Simulation of meso mechanical properties of limestone using particle flow code [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(Supp.2): 390-395. (in Chinese))
- [9] 陶连金,蒯本秋,张波. 松散软岩巷道破坏的颗粒离散元模拟分析[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 16(2): 318-322. (Tao Lianjin, Kuai Benqiu, Zhang Bo. The fracture mechanism analysis of loose soft roadway by discrete element method [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 16(2): 318-322. (in Chinese))
- [10] 刘广,荣冠,彭俊,等. 矿物颗粒形状的岩石力学特性效应分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(3): 540-550. (Liu Guang, Rong Guan, Peng Jun, et al. Mechanical behaviors of rock affected by mineral particle shapes [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(3): 540-550. (in Chinese))
- [11] Cho N, Martin C D, Sego D C. A clumped particle model for rock [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, 44(7): 997-1010.
- [12] Xia M, Zhao C B. Simulation of rock deformation and mechanical characteristics using clump parallel-bond models [J]. Journal of Central South University, 2014, 21(7): 2885-2893.
- [13] 包春燕,唐春安,唐世斌,等. 单轴拉伸作用下层状岩石表面裂纹的形成模式及其机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(3): 474-482. (Bao Chunyan, Tang Chunan, Tang Shibin, et al. Research on formation mode and mechanism of layered rock surface fractures under uniaxial tension load [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(3): 474-482. (in Chinese))
- [14] 齐明山,徐正良,崔勤,等. 风化破碎类花岗岩三轴流变试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2007, 3(5): 914-917. (Qi Mingshan, Xu Zhengliang, Cui Qin, et al. Study on Rotten and Cracked Granite by Triaxial Rheological Experiment [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007, 3(5): 914-917. (in Chinese))
- [15] Itasca Consulting Group, Inc. PFC2D (partial flow code in 2 dimension) Version 3.1 [R]. Minneapolis, Minnesota: Itasca Consulting Group, Inc., 2001.
- [16] 卓杨,许金泉. 基于分子动力学模拟结果的界面破坏准则[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 46-51. (Zhuo Yang, Xu Jinquan. An interface fracture criterion based on simulation of molecular dynamics [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(2): 46-51. (in Chinese))