

隧洞入口非凸关键块体识别研究^{*}

李建勇,袁广祥,赵阳,张玉敏,黄志全

(华北水利水电大学 资源与环境学院,郑州 450045)

摘 要:隧洞入口处往往是地下岩体工程事故的多发区,也可能存在同时跨隧洞顶板、侧壁和入口边坡面的非凸关键块体,经典块体理论中的凸块体有限性判定定理不适用于非凸块体。在经典块体理论的基础上,笔者针对临空面之间含有凹状组合时需要进行并集运算的特征,提出了可以同时表示凸块体和非凸块体的一般符号表示方法,然后根据一般块体的构造定理,推出了用所有子块体是否有限来判断非凸块体有限与否的识别准则,进而枚举分析出系统中的所有有限凸块体,并按照结构面编码相同的原则组合出所有可能的有限非凸块体,同时沿着凹状相交的临空面逐次切割非凸块体,可以得到仅在切割面处相连接的非凸块体的子块体最优组合,从而可以实现隧洞入口处非凸关键块体的识别。这个方法的理论意义在于从凸块体到非凸块体扩展了块体理论的应用范围,在实际工程中又具有一定的实用价值。

关键词:隧洞入口;非凸块体;一般符号表示法;识别准则

中图分类号:U45

文献标识码:A

文章编号:1673-0836(2017)03-0665-07

Study on the Identification of Non-convex Key Blocks at Tunnel Portal

Li Jianyong, Yuan Guangxiang, Zhao Yang, Zhang Yumin, Huang Zhiquan

(School of Resources and Environment, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450045, P.R. China)

Abstract: The portals of tunnels are often prone to be areas of accidents in the underground rock engineering. There may exist non-convex blocks cutting roof, wall and portal slope at the same time. The theorem of finiteness of convex blocks in the classical block theory is not applicable to non-convex blocks. Firstly, aiming at the characteristics of union operation between the concave combinations of free planes, a generalized symbolic representation method used for convex and non-convex block is proposed. According to the composition theorem of general rock blocks, the criterion of identification is deduced. The non-convex block is finite or not is judged by all its sub convex blocks. All the finite convex blocks in the system are searched out by enumeration. All the finite non-convex blocks can be combined in term of the same codes of joints. Furthermore, if a non-convex block is cut successively along the free planes with concave intersection, an optimized combination of the non-convex block can be obtained, which the sub convex blocks are connected only at the cutting free planes. Finally, the identification of non-convex key blocks at tunnel portal can be realized. The theoretical significance of this method is that the expansion of the application scope of block theory, from the convex block to non-convex block, and it also has a certain practical value in actual engineering.

Keywords: tunnel portal; non-convex block; generalized symbolic representation; identification criteria

^{*} 收稿日期:2016-12-01(修改稿)

作者简介:李建勇(1982-),男,河南新密人,博士,讲师,主要从事岩土力学数值计算方面的教学与科研工作。

E-mail:jayoli@163.com

基金项目:华北水利水电大学高层次人才科研启动项目(40274);国家自然科学基金(41402269,51409102)

0 引言

在水利、电力、交通、矿山和国防等许多行业中,修建规模不等的地下工程是非常普遍的。在岩体中开凿隧洞时,最突出的矛盾就是要分析围岩在地应力和工程荷载的作用下是否产生剪切滑动破坏或其他形式的失稳问题。

目前,用于研究围岩稳定性的数学力学方法有差分法、有限元、边界元、离散元、DDA 及流形法等,这些方法多是从描述和模拟围岩的边界条件和本构方程出发,以揭示围岩的变形破坏过程为目的,应力应变分析是其主要特点。另外一类围岩稳定性分析方法是极限平衡理论,它是以建立岩体变形破坏临界状态时的平衡方程为主要手段,以极限状态时围岩的抗滑力与下滑力为矛盾分析的两个方面,求取安全系数是极限平衡分析的典型特征。块体理论就是以极限平衡思想为基础,从岩体结构面的产状出发,分别从拓扑学、几何学和静力学的角度建立不同层次的岩石块体系统^[1-2],由于其数学基础严格、输入数据不多、分析过程迅速和计算结果实用,在国内外许多大型工程中被广泛应用^[3]。

经典块体理论用于识别洞室顶板和侧壁部位的关键块体,算法成熟、算例较多,但主要识别的是凸块体^[4]。对于形状复杂的隧洞围岩内,比如隧洞入口部位,也可能存在非凸块体,有学者从点线面体等几何要素出发,根据拓扑学和解析几何的原理提出了块体切割算法^[5-9],但主要是为 DDA 以及流形元等方法的前处理块体系统建模服务的,块体理论产状分析的优势体现得并不明显^[10]。本文针对实际工程中经常发生块体失稳的隧洞入口部位(如图 1 所示),对岩体结构面与隧洞临空面之间的组合情况进行分析,重点识别隧洞入口部位的非凸关键块体,以期为保证工程安全提供科学合理的依据。

1 隧洞入口平面组合分析及表示

1.1 岩体结构面凸状组合

岩体结构面分布于岩体内部,其形状、大小、位置和方向等几何特征参数很难准确获取,与块体切割理论经常采用的根据统计特征进行随机网络模



图 1 隧洞入口处的非凸关键块体

Fig. 1 A non-convex key block at tunnel portal

拟的方法不同^[11-12],块体理论往往首先对岩体的节理裂隙面进行优势方向分组,同一组内的裂隙面往往采用平均值来表示其产状,而假设结构面为无限大平面的极限分析,虽然偏于保守,但更趋于安全。

如果结构面的位置确定,则识别的是某个部位的块体;如果没有位置信息,则分析的是具有相同产状特征的一类块体,因此,结构面的产状是块体理论分析中最为重要的输入信息和计算参数。可以证明,无限大的结构面之间一定是凸状相交的,因此,如果继续采用这一假设条件的话,对于隧洞入口部位可能存在的非凸块体,主要是由于临空面之间凹状相交形成的^[13]。

1.2 隧洞入口临空面复杂组合

隧洞入口部位的临空面主要有入口边坡面、隧洞顶底板面以及侧壁面,如图 2 所示。显然,隧洞的顶板面、底板面和侧壁面分别与入口边坡面凸状相交,而顶板面或底板面与侧壁面则是凹状相交。

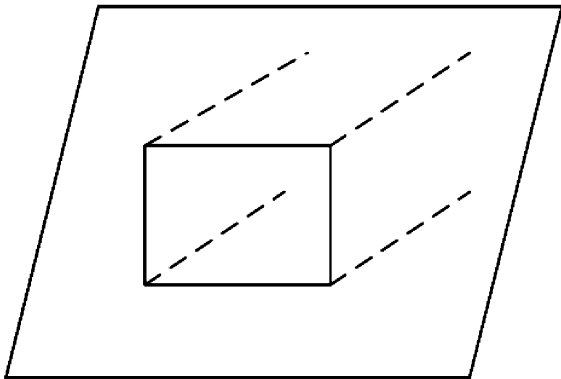


图 2 隧洞入口的顶板、侧壁和入口边坡面

Fig. 2 Roof, wall and slope at tunnel portal

根据经典块体理论,裂隙锥与开挖锥的交集为空集是判断块体是否有限的充要条件,然而这只适用于凸块体,因为凸块体的裂隙锥和开挖锥是凸锥,是基于表面半空间的交集运算来定义的,因此可以用一个不等式方程组(1)来表示。

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 \geq 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 \geq 0 \\ \vdots \\ A_nx + B_ny + C_nz + D_n \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

对于隧洞入口顶部部位而言,如果存在跨顶板和侧壁的关键块体的话,那么这个关键块体则是非凸块体,需要对凹状相交的两个临空面取其实体一侧半空间的并集,凸块体的开挖锥和空间锥的定义不再适用,而且也很难用一个不等式方程组来表示隧洞入口部位的非凸块体,需要寻找一种新的方法来表示。

1.3 块体的一般符号表示方法

在经典块体理论中,对于凸块体有3种表示方法,即直观标注法、符号表示法和数字编号法。如图3所示,直观标注法是以 U_i 表示平面的上半空间,以 L_i 表示平面的下半空间,在由4个平面 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 所组成的块体系统中,凸块体 $a_1a_2a_3a_4$ 可表示为 $L_1L_2U_3U_4$,其含义是由平面 P_1 和 P_2 的下半空间、平面 P_3 和 P_4 的上半空间所构成的块体。符号表示法是以“+1”表示上半空间,以“-1”表示下半空间,以“±1”表示该平面组成块体的一对平行界面,“0”表示该平面不是块体的界面,如图3中的块体 $a_1a_2a_3a_4$ 还可表示为(-1,-1,+1,+1)。数字编号法是以0、1、2和3这4个数字表示岩体中各结构面、临空面与块体的相互关系,其中“0”表示块体在该平面的上半空间,“1”表示块体在平面的下半空间,“2”表示该平面不是块体的界面,“3”表示该平面构成的相互平行的一对界面,图3中的块体 $a_1a_2a_3a_4$ 又可表示为“1100”。

凸块体是由其表面半空间两两相交得到的,因此,可以在两两半空间之间添加一个符号“i”(intersection)将这种交集关系显式地表示出来。图4中的凸块体 $a_1a_2a_3a_4$ 就可以用更一般的表示方法来表示,分别是“ $L_1iL_2iU_3iU_4i$ ”、“ $-1i-1i+1i+1i$ ”、“ $1i1i0i0i$ ”。

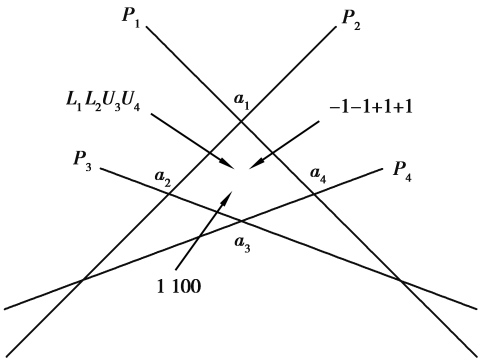


图3 经典块体理论中的凸块体表示方法

Fig. 3 Representation of convex block in classical block theory

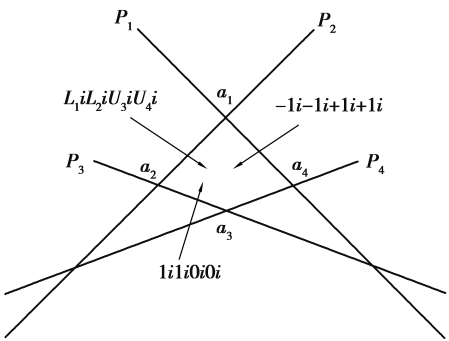


图4 一般符号表示法表示凸块体

Fig. 4 Convex block denoted by general symbolic method

非凸块体的特点就是其表平面的半空间之间不仅有交集运算,还有并集运算。对于两个凸状相交的表平面,取其半空间的交集,对于两个凹状相交的表平面,取其半空间的并集。因此,如果两个半空间是并集运算,可在其符号中间添加一个“u”(union)来表示。4条节理 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 构成非凸块体 $a_1a_2a_3a_4$ (如图5所示),并且非凸块体 $a_1a_2a_3a_4$ 在 P_1 的下半空间, P_2 的下半空间, P_3 的上半空间, P_4 的上半空间,则可分别表示为“ $L_1iL_2iU_3uU_4i$ ”、“ $-1i-1i+1u+1i$ ”、“ $1i1i0u0i$ ”。

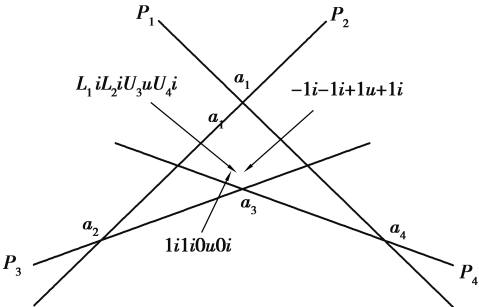


图5 一般符号表示法表示非凸块体

Fig. 5 Non-convex block denoted by general symbolic method

我们规定,交集运算符号“ i ”可以省略,并集符号“ u ”不能省略。按照这个原则,图5中的非凸块体 $a_1a_2a_3a_4$ 又可表示为:“ $L_1L_2U_3uU_4$ ”、“ $-1-1+1u+1$ ”、“ $110u0$ ”。

2 隧洞入口非凸关键块体识别

2.1 非凸块体识别的理论依据

关于非凸块体的有限性和可动性,石根华已有过初步的证明^[1],即把一个非凸块体视为若干子凸块体的组合,定义非凸块体的裂隙锥是其子块体裂隙锥的交集,定义非凸块体的开挖锥是其子块体开挖锥的并集。如果非凸块体有限可动,则非凸块体的裂隙锥非空,裂隙锥与开挖锥的交集为空集。显然,这里证明的只是必要条件,而对于非凸块体有限性识别而言,非常关键的充分条件却并不成立,因此,不能根据锥体集是否为空来判别非凸块体是否有限。

实际上,根据一般块体的构造定理^[14],可以得出一个重要的结论:非凸块体是若干个子凸块体的组合块体,如果所有子凸块体都有限,那么这个非凸组合块体有限;如果至少存在一个子凸块体无限,那么这个非凸组合块体无限。

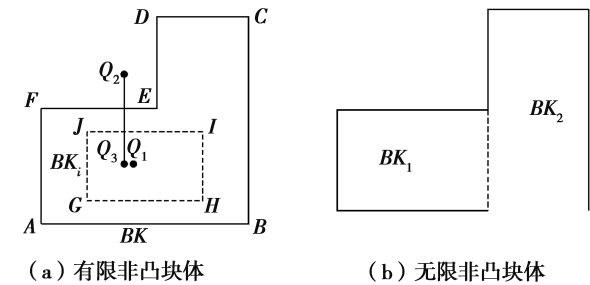


图6 非凸块体的有限性
Fig. 6 Finiteness of non-convex block

充分性是显然的,下面证明必要性。
非凸块体 BK 是若干有限子凸块体的组合块体,如图6(a)所示。设不在块体 BK 表面上而在块体内部的任一点 Q_1 ,构造一个凸块体 BK_i ,使得 Q_1 也在 BK_i 的内部,对于块体 BK 外部的任一点 Q_2 ,在 Q_1 点的任意近处且不在 BK 的表面上有点 Q_3 , Q_3 在 BK_i 的内部,也在 BK 的内部,并且线段 Q_2Q_3 不与 BK 的边棱相交,这样 Q_2Q_3 只穿过临空多边形和切割多边形的内部,距 Q_3 最近的上述多边形包含在 BK 的结构面或临空面中,并且 Q_3 相

应地属于结构面或临空面的半空间,而 Q_2 不在上述某些半空间中,所以 Q_2 不在 BK_i 中,这样 $BK_i \subset BK$ 。由于块体 BK 的内部的点是处处稠密的,所以根据一般拓扑学的元素理论,上述凸块体可以占满 BK ,即 BK 由有限个子凸块体 BK_i 组成。

2.2 块体系统中的有限非凸块体

如果一个块体的所有组成表面都是结构面,即使是有限的,但因为在岩体内部,没有暴露出来,无论受力状况如何,都会受到相邻岩体的阻碍而不能滑动;如果一个块体的所有组成表面都是临空面,即块体完全脱离母岩而独立存在,自由度也最大,运动特征由其所在的环境决定。具有工程意义的是一部分表面是岩体结构面、一部分表面是临空面的块体,显然,在外荷载的作用下这类块体有向临空面运动的趋势。

对于由 M 个结构面和 N 个临空面组成的块体系统,结构面之间、结构面与临空面之间假设均为凸状组合,而临空面之间则含有凹状组合,理论上可把空间划分成 4^{M+N} 种组合,在实际应用中,结构面通常只考虑0和1两种编码情况,对于有凹状组合的临空面也只考虑0、1和2三种情形,经验上, M 和 N 的取值通常不超过5。在这种情况下需要考虑的半空间组合数为: $2^M \times 3^N - 2^M = 2^M(3^N - 1)$,减去 2^M 是因为需要把不含临空面的裂隙块体(亦即临空面编码全部是2的情况)排除,也就是说需要分析 $C_N^1 + C_N^2 + \dots + C_N^N$ 种临空面的情况。

首先,根据经典块体理论的有限性识别定理,对上述的所有半空间组合进行分析,寻找出所有的有限凸块体;然后,根据上述的非凸块体识别准则,按照结构面编码相同的原则对这些有限凸块体分别进行组合,就可以得到块体系统中所有可能的有限非凸块体。

有限非凸块体是否可动,是由其结构面所决定的,因为我们仍然假设非凸块体裂隙锥是凸锥,所以凸块体的可动性判定定理和运动学模式仍然适用于非凸块体。

2.3 非凸块体的优化组合与临空面切割

通过枚举分析组合所得到的非凸块体是其子块体的最大集,对于同一个非凸块体存在多种子块体组合。显然,最优的组合是各个子块体之间没有

重叠而仅在某些表面上相互连接,那么非凸块体的体积就等于其子块体体积的代数和,非凸块体的表面积就等于其子块体表面积的代数和再减去2倍的连接面的面积^[15]。基于上节提出的非凸块体的一般符号表示方法,沿凹状相交的临空面逐次切割,可以实现非凸块体的优化组合。

一个非凸块体 $a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9$ 由9个面组成,如图7所示。 P_6 和 P_7 凹状相交, P_7 和 P_8 凹状相交, P_8 和 P_9 凹状相交。根据上节提出的块体的一般符号表示方法描述这个非凸块体,即011100u0u0u0。

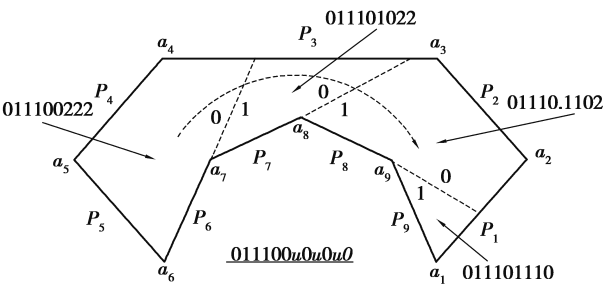


图7 非凸块体的凸块体组合

Fig. 7 Union of convex blocks for the non-convex block

首先,我们沿着 P_6 面切割非凸块体,首先得到一个凸块体011100222,另外还剩余一个非凸块体。沿着 P_6 面切割得到的凸块体的前6位编码与整体非凸块体编码011100u0u0u0的前6位相同,即011100,而这个凸块体的后3位是“222”,意思是 P_7 、 P_8 、 P_9 不参与组成这个凸块体。从这次切割中还能得到一个隐含的信息:已知凸块体011100222的第6位是数字“0”, P_6 是切割面, P_6 另一侧的剩余块体的代码的第6位就是“1”。

然后,以相同的方式对第一次切割剩下的非凸块体继续沿着 P_7 面切割,可以得到一个凸块体011100022,另外又剩余一个非凸块体。

最后,再以相同的方式对第二次切割剩下的非凸块体继续沿着 P_8 面切割,又可以得到一个凸块体011100102,另外又剩余一个凸块体011100110。

现在,已经没有凹状组合的平面了,至此,切割完毕,得到组成非凸块体的所有简单凸块体。非凸块体011100u0u0u0可以用4个凸块体011100222、011100022、011100102和011100110的组合来表示。

沿凹状相交的临空面切割的过程如表1所示。

表1 非凸块体优化组合的切割过程
Table 1 Cutting process of optimized union of the non-convex block

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
	0	1	1	1	0	0	u	0	u
①	0	1	1	1	0	↓0		2	
②	0	1	1	1	0	↓1		2	
③	0	1	1	1	0	1		2	
④	0	1	1	1	0	1		2	

备注:↓:局部值0与1相反;||:整体值相同传递;||:切割。

这个算法的特点是,如果非凸块体含有 n 个表面凹状组合的话,那么这个非凸块体可以用 $n+1$ 个凸块体来表示;每次切割的剩余块体既受局部切割面的影响,又受整体半空间的影响;切割所得的凸块体之间没有任何重叠,只在切割面处彼此连接。

3 算例

3.1 概述

隧洞入口由两个岩体结构面 P_1 、 P_2 和3个临空面分别是入口边坡面 P_3 、隧洞侧壁面 P_4 、隧洞顶板面 P_5 共同组成,且 P_4 和 P_5 凹状相交,用块体的一般符号表示法为0111u0,各平面的几何特征参数如表2所示。

表2 隧洞入口处的空间平面
Table 2 Space planes at tunnel portal

平面	倾角/(°)	倾向/(°)	X	Y	Z	摩擦角/(°)
P_1	60	210	1.0	0.0	0.0	60
P_2	30	150	0.0	-1.0	0.0	60
P_3	90	270	0.0	0.0	-1.0	—
P_4	90	180	0.0	0.0	0.0	—
P_5	0	0	0.0	0.0	0.0	—

3.2 非凸关键块体识别分析

实际上,对于含有3个临空面的块体系统来说,我们需要考虑 $C_3^1+C_3^2+C_3^3=7$ 种情况;3种单临空面情况,3种双临空面情况,1种三临空面情况,

而无需考虑不含临空面的情况。即 P_3 与 P_1 、 P_2 组合, P_4 与 P_1 、 P_2 组合, P_5 与 P_1 、 P_2 组合, P_3 、 P_4 与 P_1 、 P_2 同时组合, P_3 、 P_5 与 P_1 、 P_2 同时组合, P_4 、 P_5 与 P_1 、 P_2 同时组合, P_3 、 P_4 、 P_5 与 P_1 、 P_2 同时组合, 无需考虑不含 P_3 、 P_4 和 P_5 而只有结构面 P_1 、 P_2 的情况。这样我们可以得到 $2^2 \times (3^3 - 1) = 104$ 种可能组成非凸块体的凸块体。根据经典块体理论的有限性判定定理, 我们可以得到 16 种有限凸块体: 00011, 00111, 00211, 01100, 01110, 01111, 01112, 01120, 10000, 10001, 10002, 10011, 10021, 11000, 11100, 11200。

根据非凸块体识别准则, 按照结构面编码相同的原则对这些有限凸块体分别进行组合, 即可得到块体系统中所有可能的有限非凸块体, 如表 3 所示。

表 3 隧洞入口处的非凸块体系统

Table 3 Non-convex blocks system at tunnel portal

序号	有限非凸块体的凸块体组合
①	(00011, 00111, 00211)
②	(01100, 01110, 01111, 01112, 01120)
③	(10000, 10001, 10002, 10011, 10021)
④	(11000, 11100, 11200)

从而可以确定隧洞入口处的非凸块体 0111u0 是有限的, 且包含 5 个有限凸块体 01100, 01110, 01111, 01112, 01120。这 5 个凸块体之间有的彼此面相连, 有的则是彼此重叠在一起。根据本文提出的优化算法, 进而可以用互不重叠, 只在切割面处相连的两个凸块体 01112: $ABGH$ 和 01100: $CDHFEG$ 表示, 如图 8 所示。

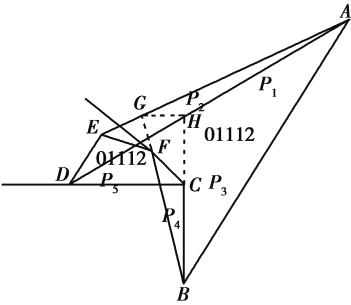


图 8 隧洞入口处的非凸关键块体

Fig. 8 Non-convex key block at tunnel portal

4 结语

隧洞入口处往往是地下岩体工程事故的多发区, 主要是因为临空面增大导致岩石块体的约束减少而自由度增加。针对可能同时跨隧洞顶板、侧壁和入口边坡面的非凸块体, 本文提出了一般符号表示方法, 显式地表示块体表平面半空间的交集和并集运算特征, 基于组合块体的观点, 推出了用所有子块体是否有限来判断非凸块体有限与否的识别准则。首先枚举分析出块体系统中的所有有限凸块体, 然后按照结构面编码相同的原则进行组合得到所有可能的有限非凸块体, 沿着凹状相交的临空面逐次切割非凸块体, 进而得到仅在切割面处相连的非凸块体的子块体最优组合, 从而可以实现隧洞入口处非凸关键块体的识别。

本文的算法在假设岩体结构面是无限大而临空面之间含有复杂组合的前提下, 相较于经典块体理论主要识别简单临空面情况下凸块体, 应用范围有所扩展。同时, 隧洞内部的边棱、顶角等部位也可能存在类似的非凸关键块体, 也可以根据本文的思路和算法做进一步的研究。

参考文献 (References)

[1] Goodman R E, Shi G H. Block theory and its application to rock engineering [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1985.

[2] 李建勇, 肖俊, 王颖. 岩体稳定性分析的块体理论方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(21): 4-8. (Li Jianyong, Xiao Jun, Wang Ying. Simulation method of rock stability analysis based on block theory [J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(21): 4-8. (in Chinese))

[3] 黄正加, 鄒爱清, 盛谦. 块体理论在三峡工程中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(5): 648-652. (Huang Zhengjia, Wu Aiqing, Sheng Qian. Usage of block theory in the Three Gorges Projects [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(5): 648-652. (in Chinese))

[4] 刘阜羊, 朱珍德, 孙少锐. 块体理论及其在洞室围岩

- 稳定分析中的应用[J]. 地下空间与工程学报, 2006, 2(8): 1408-1412. (Liu Fuyang, Zhu Zhende, Sun Shaorui. Block Theory and Its Application in Surrounding Rock Stability Analysis in Underground Opening[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2006, 2(8): 1408-1412. (in Chinese))
- [5] 石根华. 一般自由面上多面节理生成、节理块切割与关键块搜寻方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(11): 2161-2170. (Shi Genhua. Producing joint polygons, cutting joint blocks and finding key blocks for general free surfaces [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(11): 2161-2170. (in Chinese))
- [6] 邹爱清, 张奇华. 岩石块体理论中三维随机块体几何搜索[J]. 水利学报, 2005, 36(4): 426-432. (Wu Aiqing, Zhang Qihua. Geometric identification of stochastic block in block theory [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(4): 426-432. (in Chinese))
- [7] 于青春, 陈德基, 薛果夫, 等. 裂隙岩体一般块体理论初步[J]. 水文地质工程地质, 2005, 32(6): 42-48. (Yu Qingchun, Chen Deji, Xue Guofu, et al. Preliminary study on general block method of fractured rock mass [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2005, 32(6): 42-48. (in Chinese))
- [8] 张奇华. 基于块体加与块体减算法的岩石块体几何形态分析[J]. 水利学报, 2006, 37(4): 418-424. (Zhang Qihua. Morphological analysis of rock blocks by block adding-subtracting method [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(4): 418-424. (in Chinese))
- [9] 张奇华, 邹爱清. 随机结构面切割下的全空间块体拓扑搜索一般方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(10): 2043-2048. (Zhang Qihua, Wu Aiqing. General methodology of spatial block topological identification with stochastic discontinuities cutting [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(10): 2043-2048. (in Chinese))
- [10] 石建勋, 刘新荣, 刘元锋, 等. 隐块体在连拱隧道工程中引起的灾害[J]. 地球物理学进展, 2010, 25(6): 2199-2203. (Shi Jianxun, Liu Xinrong, Liu Yuanfeng, et al. Hazards caused by hidden blocks in multi-arch tunnels[J]. Progress in Geophysics, 2010, 25(6): 2199-2203. (in Chinese))
- [11] 卢波, 陈剑平, 王良奎. 基于三维网络模拟基础的复杂有限块体的自动搜索及其空间几何形态的判定[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(8): 1232-1238. (Lu Bo, Chen Jianping, Wang Liangkui. Automatic seeking for complex finite rock block and judgment of its spatial geometrical shape based on 3d network modeling [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(8): 1232-1238. (in Chinese))
- [12] 陈剑平, 卢波, 王良奎, 等. 复杂不稳定块体的自动搜索及其失稳方式判断——基于随机不连续面三维网络模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(7): 1126-1131. (Chen Jianping, Lu Bo, Wang Liangkui, et al. Automatic search for complex unstable rock blocks and the judgment of instability mode—based on 3D network simulation of random fractures [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(7): 1126-1131. (in Chinese))
- [13] 郝杰, 侍克斌. 基于块体和松动压力理论的隧洞围岩稳定性分析[J]. 地下空间与工程学报, 2015, 11(3): 626-631. (Hao Jie, Shi Kebin. Analysis on Stability of the Surrounding Rock in Tunnel Based on Block and Loose Pressure Theory [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(3): 626-631. (in Chinese))
- [14] 石根华. 岩体稳定分析的几何方法[J]. 中国科学, 1981(4): 487-495. (Shi Genhua. A geometric method for stability analysis of discontinuous rocks[J]. Scientia Sinica, 1981(4): 487-495. (in Chinese))
- [15] Li Jianyong, Xue Jian, Xiao Jun, et al. Block identification algorithm for complex free planes [A]// Zhao Jian, Yuzo Ohnishi, Zhao Gaofeng, et al. Proc. of the 10th International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation [C]. Leiden: CRC Press, 2012: 213-218.