

# 非轴对称荷载下圆形隧道弹性围岩应力解析解<sup>\*</sup>

崔芳,王利,王云飞

(河南理工大学 土木工程学院, 河南 焦作 454000)

**摘 要:**隧道开挖后需依据岩体的变形特性对隧道围岩进行合理分区。针对隧道围岩弹塑性临界变形时强度逐渐降低的特性,结合非轴对称荷载作用的模型特点,选用俞茂宏双剪统一强度理论中双剪三参数准则,采用半逆解法,侧压力系数在 $[1/3, 1)$ 区间取值,推导出圆形隧道在非轴对称荷载作用下弹性围岩区应力分布解析解。实例分析表明,考虑了地应力非轴对称分布的力学模型可很好地反映围岩变形特点,所选强度理论符合岩体材料自身特殊的强度特征,其解析思路更贴近围岩的实际状态,对围岩支护设计具有现实指导意义。

**关键词:**隧道开挖;非轴对称荷载;围岩;稳定性分析

中图分类号:U451<sup>+</sup>.2

文献标识码:A

文章编号:1673-0836(2017)03-0637-06

## Stress Analytic Solution for Elastic Surrounding Rock Mass of Circular Tunnels Subjected to Non Axisymmetric Loads

Cui Fang, Wang Li, Wang Yunfei

(Henan Polytechnic University Civil Engineering School, Jiao Zuo, Henan 454000, P.R. China)

**Abstract:** Rational partitioning of the rock mass in a circular tunnel is necessary according to its deforming characteristics after excavation. An analytic solution is presented for the prediction of stress field of elastic division in the rock mass subjected to asymmetric loads around circular openings, where the lateral pressure coefficient belongs to  $[1/3, 1)$ , according to the elastic-plastic model of surrounding rock mass. The surrounding rock mass was assumed to be governed by twin shear stress three-parameter criterion of unified strength theory proposed by Yu Maohong, semi-inverse method was used. Some important facts were considered, such as the asymmetry of in-situ stress, the characteristic deformation of rock mass and the correct choice of strength theory. When doing support design the results are more practical and worth of being referenced.

**Keywords:** tunneling; asymmetric loads; rock mass; stability analysis

### 0 引言

解析方法是指采用数学力学的计算取得闭合解的方法,而隧道围岩变形及围岩压力的弹塑性解析结果从理论上指导工程设计、工程支护参数设计。长期实践和理论研究得知,隧道开挖后,部分应力重新分布且局部地壳残余应力的完全释放,导致部分围岩发生弹、塑性变形,隧道围岩将在局部

薄弱处发生破坏,极端情况下将导致隧道崩塌。隧道围岩弹塑性区应力分布特征和围岩变形量是评价隧道围岩稳定性的主要指标,仅靠经验方法或类比法给出设计方案或解决实际工程中存在的问题有很大的局限性。考虑岩石特殊的物理力学性质,以及其所处区域独特的原岩应力分布特征,若要得到较严格的解析解,需对实际工程条件进行诸多假设。分析中采用何种强度理论、本构模型,以及是

<sup>\*</sup> 收稿日期:2016-11-18(修改稿)

作者简介:崔芳(1979-),女,河南修武人,博士,讲师,主要从事岩土力学的教学与科研工作。

E-mail:cuixfang@163.com

基金项目:河南理工大学博士基金(B2012009)

否考虑地应力实际状态、岩石的应变变形特性,都将对分析结果产生巨大影响。国内外研究人员针对此问题做过大量深入研究<sup>[1-3]</sup>。

将岩体视为理想弹塑性介质,假定体积应变为 0, Fenner (1938) 使用 Mohr-Coulomb 强度理论,首次推导了具有内压力和远场应力的弹性-理想塑性材料在轴对称荷载作用下圆形隧道的塑性区范围的 Fenner 公式, Kastner 对其进行了修正。随后出现一些以弹-脆-塑性模型、弹性-应变软化模型作为力学模型的探索,它们对岩石的后破坏曲线都进行了线性化处理。国内崔芳等<sup>[4]</sup>首次将双剪三参数准则应用于轴对称荷载作用下圆形隧道变形解析,其结论与库伦-摩尔准则以及双剪两参数准则对比,更贴近工程实际;马念杰等<sup>[5]</sup>以岩体全应力-应变曲线作为巷道围岩的塑性软化力学模型,在一定程度上减少了计算误差。

实际工程中,隧道围岩荷载分布呈现非轴对称特征。H.Kastner 给出了非轴对称荷载作用下围岩塑性区应力分布的隐式近似解答,郑颖人以其结果为基础给出修正公式;孙广忠等<sup>[6]</sup>解析了非轴对称荷载下塑性区分布的近似特征;孙金山等<sup>[7]</sup>针对侧压力系数  $1 \leq \lambda < 3$  的情况对围岩弹塑性进行了分析,得出了与有限元法结果较接近的近似解析解。

考虑到地应力侧压力系数  $\lambda < 1/3$  时隧道围岩出现拉应力区域,设计时应尽量避免,在此讨论  $1/3 \leq \lambda < 1$  带来的影响。选用俞茂宏双剪统一强度理论中双剪三参数准则,推导了非轴对称荷载下圆形隧道围岩内弹性区应力场的解析解,与文献[8]的齐尔西解进行对比讨论分析。本文所涉及地下隧道围岩埋深在 10 km 以内,开挖前处原始弹性状态。

# 1 隧道围岩应力解析

## 1.1 强度理论的选择

岩体在地球板块运动下形成独特的分布特征和强度特征,岩石材料具有以下力学特征:①中间主应力影响显著;②中间主应力效应的区间性;③拉压作用差异显著。因此,选用符合岩石材料特征的强度准则是指导岩石工程力学分析的前提条件。

目前,岩土类材料中应用最广的屈服准则和强度理论有 Tresca 准则、Mises 准则和 Mohr-Coulomb 强度理论、Drucker-Prager 理论。其中, Mohr-Coulomb 强度理论和 Tresca 准则没有考虑中间主应力的影响,偏于保守; Mises 准则和 Drucker-Prager 理论的表达式中虽包含了 3 个主应力,但转换表达式使用应力不变量表达时,其强度极限面的拉伸子午线和压缩子午线不能同时匹配,且没有考

虑中间主应力的区间作用效应。近年来,俞茂宏提出了双剪统一强度理论,该理论解释了中间主应力影响效应以及中间主应力效应的区间性,并且能够解释复合应力实验结果大于单剪强度的现象,更好地解释了一定应力状态下区间内减小或增大中间主应力引起岩石破坏的现象,物理概念清晰正确,数学表达式较易理解,所需材料参数的相关实验较少且易于实现,实验结果与理论分析结论相符<sup>[9]</sup>。范文等<sup>[10]</sup>使用俞茂宏双剪统一强度理论的表达式(1)和(2)分析隧道围岩弹塑性,取得了较合理的围岩弹塑性分析统一解。双剪统一强度理论特点可总结为:①理论计算得到的是一系列结果;② Mohr-Coulomb 理论无论是理论或理论应用的结果都是双剪统一理论在  $b = 0$  的一个特例;③由于 Mohr-Coulomb 理论的分析多数结果与实际实验差距较大,因此,采用双剪统一理论不仅可以更符合工程实际,而且可以取得明显的经济效益。

$$\begin{aligned} &\text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \text{ 时} \\ &F = \sigma_1 - \frac{a}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &\text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \text{ 时} \\ &F' = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - a\sigma_3 = \sigma_1 \end{aligned} \quad (2)$$

事实上,双剪统一强度理论的表达式(1)、(2)仅仅适用于拉伸强度与压缩强度不等的材料,与实际岩体的独特力学特性不够贴合。俞茂宏引入了岩土材料单轴拉伸强度  $\sigma_t$ 、单轴压缩强度  $\sigma_c$  和双向等压强度  $\sigma_{cc}$  三个强度参数,在双剪统一强度理论基础上构建了双剪三参数准则。表达式为:

$$\begin{aligned} &\text{当 } 2\sigma_2 \leq \beta(\sigma_1 - \sigma_3) + \sigma_1 + \sigma_3 \text{ 时} \\ &F = \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{\beta}{2}\sigma_1 + \left(\alpha + \frac{3\beta}{2}\right)\sigma_m = C \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &\text{当 } 2\sigma_2 \geq \beta(\sigma_1 - \sigma_3) + \sigma_1 + \sigma_3 \text{ 时} \\ &F' = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_3 + \frac{\beta}{2}\sigma_3 + \left(\alpha + \frac{3\beta}{2}\right)\sigma_m = C \end{aligned} \quad (4)$$

式中:参数  $\beta$  反映正应力对材料破坏的影响;参数  $\alpha$  反映静水应力对材料破坏的影响;参数  $C$  反映材料强度特征。参数的选取一方面需尽可能趋近真三轴,另一方面必须在实验中容易实现。

- (1) 单向压缩:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\sigma_c$ ;
- (2) 双向等压:  $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_{cc}$ ;
- (3) 普通三轴压缩:  $\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_{re}, \sigma_3 = -\sigma'_{re}$ 。

令  $a_{cc} = \frac{\sigma_{cc}}{\sigma_c}, a_{rc} = \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_c}, a'_{rc} = \frac{\sigma'_{rc}}{\sigma_c}, \gamma = a_{rc} + a_{cc}(a'_{rc} - 1)$ ,

式中:  $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \beta = [3a_{rc} + a_{cc}(a'_{rc} - 1 - 4a_{rc})]/\gamma, \alpha = 6a_{rc}(a_{cc} - 1)/\gamma, C = 2a_{cc}a_{rc}\sigma_c/\gamma$ 。

圆形隧道宜使用极坐标计算。隧道围岩中应力一般情况下  $\sigma_\theta > \sigma_r$ , 假设塑性区围岩体积应变为零 ( $\varepsilon_v = 0$ ), 令  $\sigma_\theta = \sigma_1, \sigma_z = \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2, \sigma_r = \sigma_3$ 。且满足  $2\sigma_2 \leq \beta(\sigma_1 - \sigma_3) + \sigma_1 + \sigma_3$ , 采用双剪三参数准则式(3), 其极坐标下表达式为:

$$\sigma_\theta = \frac{(3 - 2\alpha - 3\beta)\sigma_r + 4C}{3 + 2\alpha + 5\beta} \tag{5}$$

由于地下岩体处在三向压应力作用下的相对平衡状态, 而工程开挖后的围岩除洞周有限范围内大都仍处在三向应力作用下, 统一强度理论中双剪三参数准则尤其能够反映出围岩在三向压应力状态下的强度特性, 崔芳等<sup>[4]</sup>以 Mohr-Coulomb 强度理论和统一两参数准则作为对比, 分析得出双剪三参数准则为深埋隧道围岩应力状态分析的优选强度准则。

1.2 围岩变形特征分析

地下工程中围岩的变形特征分析尤为关键。隧道开挖前, 岩体处于三向压应力平衡的原始岩体弹性状态 ( $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$ )。隧道断面区域岩体爆

破脱离后, 隧道壁岩体受力变成两向,  $\sigma_r(r_0) = 0$ , 强度下降显著, 应力集中现象凸显, 轴对称荷载作用下局部围岩应力集中系数大于 2<sup>[6]</sup>。如果应力集中后小于岩体强度, 围岩壁将处于弹性稳定状态; 若应力超过围岩强度, 隧道壁岩体将首先塑性屈服, 变形沿半径方向逐渐向深部扩展, 直至在围岩一定深度某处取得三向应力平衡<sup>[11-12]</sup>。

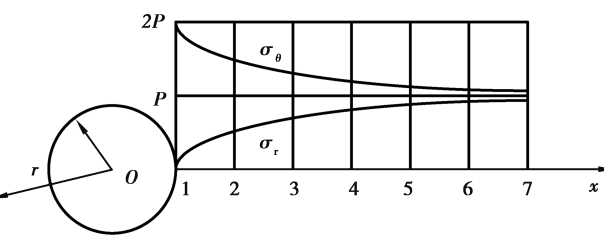


图 1 侧压力系数  $\lambda = 1$  时圆形洞室围岩应力分布图

Fig. 1 Stress distribution of circular tunnel when lateral pressure coefficient  $\lambda = 1$

由于岩体自身的抗剪切摩擦粘结力及剪切面上因法向力产生摩擦力, 大部分隧道围岩仍然三向受力, 围岩强度及  $\sigma_r(r)$  沿隧道半径方向随  $r$  增大而增大。直到  $\sigma_r(r^e) = \sigma_r^{\text{原岩}}, r \geq r^e$  的区域岩体回归为原始岩体弹性特征。在此考虑应力重分布后集中强度较小, 小于岩体强度, 围岩变形分区及受力模型如图 2。

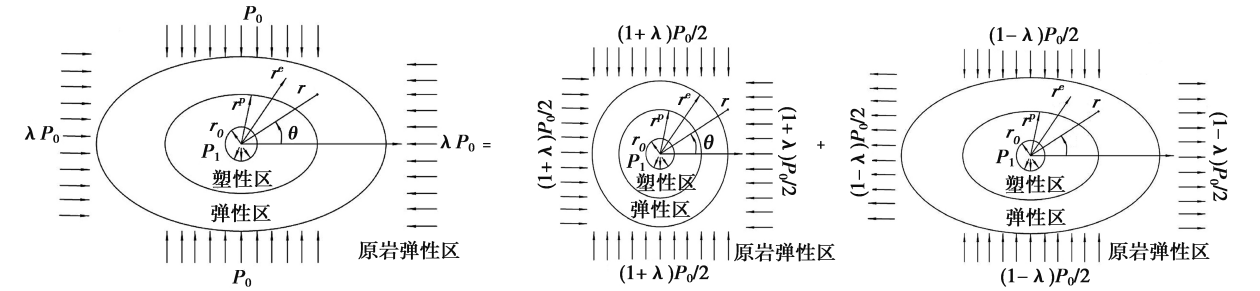


图 2 围岩变形分区及受力模型 ( $1/3 \leq \lambda < 1$ )

Fig. 2 Elastic-plastic partition of surrounding rock and force model ( $1/3 \leq \lambda < 1$ )

1.3 理论模型建立与分析

$\sigma_\theta$  和  $\sigma_r$  为大小主应力,  $\tau$  为剪应力,  $\varepsilon_\theta$  和  $\varepsilon_r$  为大小主应变, 以右下角标  $r$  和  $\theta$  来区分径向和环向, 忽略围岩自重产生的影响。

(1) 极坐标系下平面应变问题的基本方程为: 平衡方程

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{6}$$

几何方程

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \varepsilon_r = \frac{du}{dr} \tag{7}$$

物理方程

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{1 - \mu^2}{E} \left( \sigma_\theta - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_r \right) \\ \varepsilon_r &= \frac{1 - \mu^2}{E} \left( \sigma_r - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_\theta \right) \end{aligned} \tag{8}$$

式中:  $u$  为隧道围岩的径向位移,  $\mu$  为泊松比,  $E$  为弹性模量。

(2) 采用统一强度理论中的双剪三参数强度准则, 即式(5)。

(3) 应力分量由直角坐标向极坐标变换,

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_\theta = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{r\theta} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{cases} \tag{9}$$

1.4 弹性区的计算

由图2围岩分区及受力模型可知,可以将荷载分解成两部分:第一部分是四周均布压力 $(1+\lambda)P_0/2$ ,第二部分是左右两边均布拉力 $(1-\lambda)P_0/2$ 和上下两边均布压力 $(1-\lambda)P_0/2$ 。分别解答后,将两部分解答叠加,即得原荷载作用下的应力分量。

假设第一部分四周均布压力作用下,围岩弹性区中某一点应力状态须同时满足式(5)和(6)。求解微分方程式(6)得:

$$\ln[4C - (4\alpha + 8\beta)\sigma_r] = -\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}\ln r + C_1 \tag{10}$$

将边界条件 $r=r_0, \sigma_r=P_1$ (支护力)带入式(10)得:

$$C_1 = \ln[4C - (4\alpha + 8\beta)P_1] + \frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}\ln r_0 \tag{11}$$

将式(11)带入式(10)并简化得:

$$\sigma_r^p = \left(P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} \tag{12}$$

将式(12)式带入式(5)得:

$$\sigma_\theta^p = \left(P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta}\right)\left(\frac{3 - 2\alpha - 3\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} \tag{13}$$

$$\begin{cases} \sigma_r = \left(P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} + \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \cos 2\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left(1 - 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta = \left(P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta}\right)\left(\frac{3 - 2\alpha - 3\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} + \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \cos 2\theta \left(1 + 3\frac{r_0^4}{r^4}\right) \\ \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \sin 2\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left(1 + 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \end{cases} \tag{16}$$

式(16)为本文解析得到的应力分量解答。

文献[8]中齐尔西解答如下:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{(1 + \lambda)P_0}{2}\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) + \frac{(1 - \lambda)P_0}{2}\cos 2\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left(1 - 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta = \frac{(1 + \lambda)P_0}{2}\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) - \frac{(1 - \lambda)P_0}{2}\cos 2\theta \left(1 + 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \\ \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \sin 2\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left(1 + 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \end{cases} \tag{17}$$

2 算例分析

某隧道及其所处围岩各参数如下: $r_0=3\text{ m}$ ,  $P_0=40\text{ MPa}$ ,  $P_1=5\text{ MPa}$ ,  $\sigma_c=38.9\text{ MPa}$ ,  $\sigma_{cc}=50$

假设在第二部分左右两边均布拉力 $(1-\lambda)P_0/2$ 和上下两边均布压力 $(1-\lambda)P_0/2$ 作用下,围岩中弹性区内某一点应力状态为

$\sigma_x=(1-\lambda)P_0/2, \sigma_y=-(1-\lambda)P_0/2, \tau_{xy}=0$ , 利用坐标变换式(9),可得:

$$\begin{cases} (\sigma_r)_{r=r_0} = \frac{(1 - \lambda)P_0}{2}\cos 2\theta \\ (\sigma_{r\theta})_{r=r_0} = \frac{(1 - \lambda)P_0}{2}\sin 2\theta \end{cases} \tag{14}$$

而在隧道壁处应满足边界条件

$$\begin{cases} (\sigma_r)_{r=r_0} = 0 \\ (\sigma_{r\theta})_{r=r_0} = 0 \end{cases}$$

由以上内外边界条件,运用半逆解法<sup>[8]</sup>,得到应力分量表达式:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \cos 2\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left(1 - 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta = \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \cos 2\theta \left(1 + 3\frac{r_0^4}{r^4}\right) \\ \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \times \sin 2\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) \left(1 + 3\frac{r_0^2}{r^2}\right) \end{cases} \tag{15}$$

叠加式(12)、式(13)和式(15),有:

$\text{MPa}, \sigma_{rc}=13.7\text{ MPa}, \sigma'_{rc}=65\text{ MPa}$ 。将以上参数分别带入式(16)和式(17),可分别得到应力解。

(1)当 $\lambda=1$ 时,式(16)与文献[4]轴对称荷载作用下应力状态相同,有:



$$\begin{cases} \sigma_r = \left( P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta} \right) \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} \\ \sigma_\theta = \left( P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta} \right) \left( \frac{3 - 2\alpha - 3\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta} \right) \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} \end{cases} \quad (18)$$

(2) 当  $\lambda \neq 1$  且  $r = r_0$  时,未支护时(即  $P_1 = 0$ ),两式中  $\sigma_r = 0$ ,均符合开挖实际情况。

如果此时  $\sigma_\theta = 0$ ,围岩将处于不稳定状态,由图 3 可知,在  $1/3 \leq \lambda \leq 0.65$  时,隧道壁 ( $330^\circ, 30^\circ$ ) 以及 ( $150^\circ, 210^\circ$ ) 范围内存在  $\sigma_\theta = 0$  的情况,应有针对性地加强支护,避免出现坍塌。

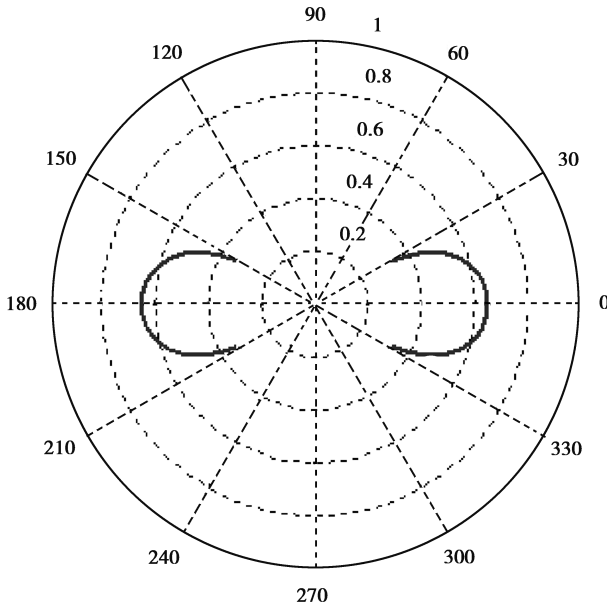


图 3 隧道壁处  $\sigma_\theta$  时,  $\theta$  与  $\lambda$  之间的关系

Fig. 3 Relationship of  $\theta$  and  $\lambda$  of the tunnel wall while  $\sigma_\theta = 0$

(3) 当  $\lambda \neq 1$  且  $r = r_0$  时,由式 (16) 得环向正应力  $\sigma_\theta$  表达式:

$$\sigma_\theta = \left( P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta} \right) \left( \frac{3 - 2\alpha - 3\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta} \right) + \frac{C}{\alpha + 2\beta} - 2(1 - \lambda)P_0 \cos 2\theta \quad (19)$$

由式 (17) 得环向正应力  $\sigma_\theta$  表达式:

$$\sigma_\theta = (1 + \lambda)P_0 - 2(1 - \lambda)P_0 \cos 2\theta \quad (20)$$

根据式 (19) 及式 (20) 可分别得到隧道壁处环向正应力  $\sigma_\theta$  与  $\theta$  及  $\lambda$  之间的关系,如图 4 所示。

图 4 中, (a) 曲面为本文解析解曲面, (b) 曲面为齐尔希解曲面(下同)。从图中可以看出,隧道壁处 (b) 曲面  $\sigma_\theta$  均大于零,且大于 (a) 曲面对应值;随着  $\lambda$  增大,  $\Delta\sigma_\theta$  增大; (a) 曲面中  $\theta$  在一定区间内变化时,  $\sigma_\theta$  随着  $\lambda$  增大由负变正。

(4) 已知隧道壁处  $\sigma_r = 0, \theta = 90^\circ$  时,对于环向

正应力  $\sigma_\theta$ , 由式 (16) 得:

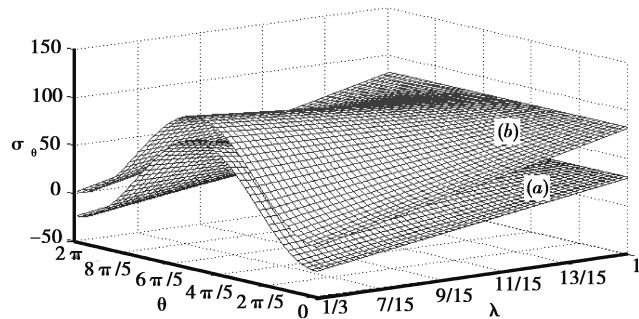


图 4 隧道壁处  $\sigma_\theta$  与  $\theta$  及  $\lambda$  之间的关系对比

Fig. 4 Relationship of  $\theta, \lambda$  and  $\sigma_\theta$  of the tunnel wall

$$\sigma_\theta = \left( P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta} \right) \left( \frac{3 - 2\alpha - 3\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta} \right) \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} + \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \quad (21)$$

由 (17) 式得:

$$\sigma_\theta = \frac{(1 + \lambda)P_0}{2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (22)$$

由式 (21) 及式 (22) 可分别得到  $\theta = 90^\circ$  时环向正应力  $\sigma_\theta$  与  $r$  及  $\lambda$  之间的关系,如图 5 所示。

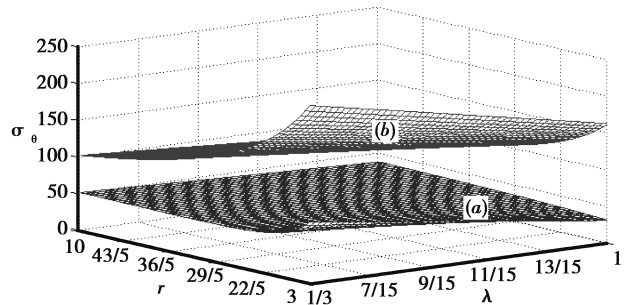


图 5  $\theta = 90^\circ$  时,  $\sigma_\theta$  与  $r$  及  $\lambda$  之间的关系

Fig. 5 Relationship of  $r, \lambda$  and  $\sigma_\theta$  while  $\theta = 90^\circ$

由图 5 可知,  $\theta = 90^\circ$  时 (a) 曲面与 (b) 曲面环向正应力  $\sigma_\theta$  均为正值,均由隧道壁向围岩深处急剧减小, (b) 曲面减小幅度大于 (a) 曲面;整体定义域内 (b) 曲面  $\sigma_\theta$  大于 (a) 曲面对应的值。

(5) 已知隧道壁处  $\sigma_r = 0, \theta = 0^\circ$  时,对于环向正应力  $\sigma_\theta$ , 由式 (16) 得:

$$\sigma_\theta = \left( P_1 - \frac{C}{\alpha + 2\beta} \right) \left( \frac{3 - 2\alpha - 3\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta} \right) \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{4\alpha + 8\beta}{3 + 2\alpha + 5\beta}} + \frac{C}{\alpha + 2\beta} - \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \quad (23)$$

由式 (17) 得:

$$\sigma_\theta = \frac{(1 + \lambda)P_0}{2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{(1 - \lambda)P_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (24)$$

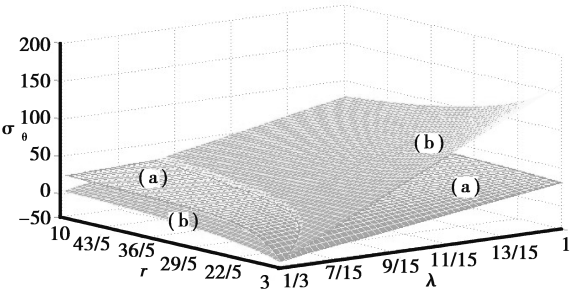


图 6  $\theta=0^\circ$  时  $\sigma_\theta$  与  $r$  及  $\lambda$  之间的关系

Fig.6 Relationship of  $r$ ,  $\lambda$  and  $\sigma_\theta$  while  $\theta=0^\circ$

由式 (23) 及式 (24) 可分别得到  $\theta=0^\circ$  时环向正应力  $\sigma_\theta$  与  $r$  及  $\lambda$  之间的关系,如图 6 所示。

由图 6 可知, $\theta=0^\circ$  时,(a) 曲面显示  $\sigma_\theta$  随  $r$  变化较小,而(b) 曲面中  $\sigma_\theta$  受  $\lambda$  影响显著;两曲面有交线;实际工程中可根据  $\lambda$  的具体取值,计算出  $\sigma_\theta$ ,经曲面交线判断,选用式 (23) 或式 (24) 计算环向正应力  $\sigma_\theta$ ,得到更经济的结果。

3 结论

(1)非轴对称荷载作用下,隧道围岩弹性变形区受力可分解为轴对称荷载和非轴对称荷载的叠加,分别求得应力分量并叠加,得到弹性解析广义解。

(2)将俞茂宏双剪三参数准则应用于非轴对称荷载作用下圆形隧道应力解析求解过程,文中算例条件下,当  $1/3 \leq \lambda \leq 0.65$  时,应重点加固隧道壁 ( $330^\circ, 30^\circ$ ) 以及 ( $150^\circ, 210^\circ$ ) 范围内围岩。

(3)本文解析解 (16) 式所得环向正应力  $\sigma_\theta$  在  $\theta=90^\circ$  时比齐尔西解答经济; $\theta=0^\circ$  时环向正应力  $\sigma_\theta$  可根据  $\lambda$  的具体取值,选用本文解析解或齐尔西解。

(4)非轴对称荷载作用下圆形隧道变形规律性有待进一步探索。

参考文献 (References)

[1] Gao G Y, Chen Q S, Zhang Q S, et al. Analytical elasto-plastic solution for stress and plastic zone of surrounding rock in cold region tunnels [J]. Cold Regions Science and Technology, 2012,72: 50-57.

[2] Gaede O, Karpfinger F, Jocker J, et al. Romain Prioul. Corparison between analytical and 3D finite element solutions for borehole stresses in anisotropic elastic rock [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2012,51: 53-63.

[3] 杨荣尚. 隧道工程围岩扩容和塑性软化的变形解析[J]. 西安科技大学学报, 2008, 28(3): 455-460. (Yang Rongshang. Analytic solution to deformation of the rock tunnel considering the dilatancy and plastic softening of rock mass[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2008, 28(3): 455-460.

(in Chinese))

[4] 崔芳,高永涛,吴顺川.轴对称荷载作用下圆形隧道围岩变形解析[J]. 北京科技大学学报, 2011, 33(9): 1043-1047. (Cui Fang, Gao Yongtao, Wu Shunchuan. Analytic solution for surrounding rock mass deformation of circular tunnels subjected to axisymmetric loads [J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2011, 33(9): 1043-1047. (in Chinese))

[5] 马念杰,张益东. 圆形巷道围岩变形压力新解法[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(1): 84-89. (Ma Nianjie, Zhang Yidong. A new analysis on ground pressures around openings[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(1): 84-89. (in Chinese))

[6] 孙广忠,孙毅. 地质工程学原理[M]. 北京: 地质出版社, 2004. (Sun Guangzhong, Sun Yi. Geological engineering principle [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2004. (in Chinese))

[7] 孙金山, 卢文波. 非轴对称荷载下圆形隧道围岩弹塑性分析解析解[J]. 岩土力学, 2007, 28(增 1): 327-332. (Sun Jinshan, Lu Wenbo. Analytical elastoplastic solutions to supporting rock masses of circular tunnels under asymmetric load[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(Supp. 1): 327-332. (in Chinese))

[8] 徐芝纶. 弹性力学简明教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002. (Xu Zhilun. Concise course of elastic mechanics[M]. Beijing: High Education Press, 2002. (in Chinese))

[9] 俞茂宏. 线性和非线性的统一强度理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(4): 662-669. (Yu Maohong. Linear and nonlinear unified strength theory [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(4): 662-669. (in Chinese))

[10] 范文, 俞茂宏, 陈立伟, 等. 考虑剪胀及软化的洞室围岩弹塑性分析的统一解[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3213-3220. (Fan Wen, Yu Maohong, Chen Liwei, et al. Unified elastoplastic solution for surrounding rocks of openings with consideration of material dilatancy and softening [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(19): 3213-3220. (in Chinese))

[11] Zhou X P, Shou Y D. Excavation-induced zonal disintegration of the surrounding rock around a deep circular tunnel considering unloading effect [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2013,64:246-257.

[12] Yang H Q, Huang D, Yang X M, et al. Analysis for the excavation damage zone in surrounding rock mass of circular tunnel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2013,35(4): 78-88.