

基于粒子群算法优化支持向量机的岩爆预测研究*

汪华斌¹, 卢自立², 邱杰汉², 刘文浩², 张玲¹

(1. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 武汉 430074; 2. 广东省长大公路工程有限公司, 广州 510620)

摘要: 由于地下工程的复杂性, 岩爆的发生受到多种因素的影响, 目前尚没有一种可靠的预测方法来对其进行预报, 进而有针对地进行工程灾害的风险控制。笔者提出将应力强度比(σ_θ/σ_c)、脆性系数(σ_c/σ_t)和弹性能量指数(Wet)作为影响岩爆的主要指标, 并根据粒子群优化算法的参数选取和收敛速度快的优势及支持向量机的小样本、高维度、非线性的特性, 提出了用粒子群优化算法对影响支持向量机分类性能的两个主要参数进行优化, 进而获得优化的支持向量机分类器。利用 PSO-SVM 对在建二广九标茅田界隧道深埋变质砂岩岩爆发生情况进行预测, 定量地判断该标段不存在岩爆现象, 预测结果与茅田界隧道的实际情况基本相符。

关键词: 粒子群算法; 支持向量机; 参数优化; 岩爆影响指标; 岩爆预测

中图分类号: TU45

文献标识码: A

文章编号: 1673-0836(2017)02-0364-06

Prediction of Rock Burst by Improved Particle Swarm Optimization-based Support Vector Machine

Wang Huabin¹, Lu Zili², Qiu Jiehan², Liu Wenhao², Zhang Ling¹

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P.R. China;
2. Guangdong Provincial Changda Highway Engineering Co. Ltd., Guangdong 510000, P.R. China)

Abstract: Due to the complex features of rock burst hazard assessment systems, such as multi-variables, strong coupling and interference, it can not be exactly predicted for the space-time distribution of rockburst. The study proposed stress strength coefficient(σ_θ/σ_c), brittleness coefficient(σ_c/σ_t) and elastic energy index (Wet) as inputs for the prediction of rockburst. The particle swarm optimization (PSO) was then selected to improve the training of support vector machine (SVM). In this method, PSO is efficient in parameter selection and quick in solution convergence. Support vector machine has advantages of small sample, high latitude and nonlinear. A rockburst dataset of 19 samples was employed to evaluate the current method for predicting rockburst, and the validity of the PSO-SVM model was carried out. The performance of the PSO-SVM model has been utilized to predict the rockburst tendency of metamorphic sandstone in a deep buried section of the Maotianjie tunnel under construction.

Keywords: particle swarm optimization; support vector machine; parameter optimization; index of rock burst; prediction of rock burst

0 引言

岩爆的发生不仅与岩石的物理力学性质、地质

力学条件相关, 还受到人为施工的影响。在人为施工过程中有些因素可以确定和提前预防, 但有些因素不能预知或者很随机, 很难用数学或力学的方法

* 收稿日期: 2016-12-22(修改稿)

作者简介: 汪华斌(1968-), 男, 湖北汉川人, 博士, 教授, 主要从事工程地质/岩土与地下工程方面的研究工作。

E-mail: huabin@mail.hust.edu.cn

基金项目: 国家科技部“十二五”支撑计划重点项目(2012BAK10B00); 广东省科技厅科技项目(2012-02-19)

表达影响因素与岩爆的关系。近年来,王元汉等^[1]提出模糊数学综合评判法预测岩爆发生趋势并判定其具体的烈度大小;杨莹春等^[2]采用可拓评判方法建立岩爆预测模型,对岩爆发生和烈度大小进行预测;姜彤等^[3]采用动态权重灰色归类模型、宫凤强等^[4]采用距离判别分析对岩爆发生进行预测,并判定其具体的烈度大小。赵洪波等^[5]运用支持向量分类机建立预测模型对岩爆及烈度大小进行预测。人工智能方法也在岩爆预测中得到一定的推广和应用^[6-7]。但是,不同的方法在应用上具有一定的局限性,如模糊综合评判法中主观因子的选取以及各个因子的权重都具有主观性;物元可拓法一般将区间中点作为最优来计算其关联度,容易遗漏重要的约束条件,使得预测精度受到影响;用灰色理论建立的岩爆预测模型的精度对原始数据序列依赖较大;而距离判别法,其结果与原始数据是否具有代表性、是否具有较好的准确性相关。

支持向量机在低维空间线性不可分时,可以将低维空间的训练样本点转换到某一个高维空间,而在高维空间找到最优分类面,这种转换需要定义一个变换,即需要内积函数进行非线性转化。该方法在解决小样本、非线性、高维度问题时具有极大的优势^[8]。在凸二次规划过程中,它所求得的极值就是最优值。它可以有效解决影响岩爆的各个因素之间的线性或者非线性关系,以及多维度问题,可以将各个影响因素综合起来进行综合评判。支持向量机的分类性能主要由惩罚系数 C 和核函数参数 σ 这两个参数决定,选择参数的办法有经验法、实验对比法、交叉验证法和网格搜索法。这些办法计算量大、效率低,且取得的值不一定是最优。而粒子群算法作为一种种群进化算法,具有很强的适应性,主要是依靠粒子的位置和速度的变换来进行迭代,收敛速度快,需要的调整的参数少,易于实现^[9]。本文将粒子群优化算法用于优化支持向量机的参数 C 和 σ ,有效利用粒子群的快速收敛能力以及支持向量机良好分类性能,相对于交叉验证法、网格参数法可以大大减小参数优化的计算量,并能进一步提高支持向量机的学习性能。因此,针对影响岩爆的参数,建立一种数学模型,从而定性地预测岩爆发生与否,具有重要的理论意义。

在建二广高速广东省连州(湘粤界)至怀集公路项目茅田界隧道长度为 4 337 m,穿过低山地貌区,隧道最大埋深约 553 m,最大水平主应力值为 12.38~16.84 MPa,微风化变质砂岩的单轴抗压强

度标准值为 70.0 MPa。按照公路隧道设计规范,初步判定本隧道围岩初始地应力为高应力区(埋深大于 116 m)。因此,本隧道范围内可能存在应力集中现象,有发生岩爆的可能。为了在隧道施工过程中提高隧道施工过程的预见性和科学性,完全有必要结合隧道施工技术,建立岩爆预测模型,有效预测岩爆,进而服务于特长茅田界隧道的施工安全。本文系统地总结了国内外工程岩爆实录,通过粒子群算法对支持向量机参数的优化构建 PSO-SVM 模型,使之能够有效地预测岩爆发生与否,并对在建二广高速茅田界特长大埋深隧道进行岩爆预测。

1 基于粒子群优化的支持向量机模型

1.1 支持向量机方法

支持向量机的理论基础是结构风险最小化原则和 VC 维理论,它是一种新型的机器学习方法,并不是单纯地考虑经验风险,还考虑了置信风险,相比于传统的统计方法,具有更强的推广能力,能较好地解决非线性、高维度、局部极小等问题。SVM 是在低维空间寻找最优分类面存在困难,就将输入空间通过内积函数的变换映射到高维空间,使得高维空间变得线性可分,从而寻找到最优分类面^[10]。

在支持向量机方法中,把线性可分推广到非线性可分,引进适当的变换,将原本在低维空间的训练点映射到高维 Hilbert 空间,然后在高维空间中寻找一个超维平面,使得这些样本点在高维空间中变得线性可分。在这个转化过程中,最关键的就是找到这个非线性变换映射函数。Vapnik 提出了核函数的方法,该方法通过找到一个函数 $K(\cdot, \cdot)$,使得 $K(x_i, y_j) = \varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j)$,从而避免了高维的点积运算,这样我们不需要知道映射函数 $\varphi(x)$ 的具体形式。

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(x_i \cdot x_j)$$

$$\text{满足 } \sum_{i=1}^l y_i \alpha_i = 0 \quad 0 \leq \alpha_i \leq C, i = 1, 2, \dots, l$$

(1)

相应的决策函数为

$$f(x) = \text{sgn} \left\{ \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i K(x_i \cdot x) + b \right\}$$

(2)

在实际问题中,比较常见的是非线性问题,而核函数的正确选取是解决非线性函数的关键。常

见的核函数主要有3类,分别是多项式核函数、高斯核函数和神经网络核函数。其中,高斯核函数是效果最好的核函数,这是因为它所对应的 Hilbert 空间的维数是无穷,而有限训练样本在该 Hilbert 空间中肯定是线性可分的。由于该核函数只有一个参数 σ ,寻优时间耗费比较少,准确性也较高,能很好解决许多问题。正是高斯核函数具有这种优势,因而在工程实际中常被广泛应用。惩罚系数 C 和核函数参数 σ 是影响支持向量分类机的性能两个主要因素,而核函数参数 σ 决定高斯核半径的大小,若能选取合适的参数,就能将训练样本在特征空间中正确分类。

在高斯核函数分类过程中,针对事前预测的风险与实际存在风险承担的多少,惩罚系数 C 能够很好地掌控与平衡,将实际风险降到最低。对于某一个具体的分类问题,在其样本空间中 C 取值过小时,虽然置信风险很小,但是经验风险值会很大,此时的实际风险并未取得最小值,称这种现象为“欠学习”。若参数 C 超过某一确定值后,支持向量分类机的结构复杂性会变大,经验风险和推广能力反而不会发生什么变化。

核函数是定义这样一个变换,可以将平面上不能线性可分的训练点转换到高维空间,从而能够在高维空间内线性可分。而高斯核函数的参数 σ 会影响这种变换关系,影响训练点的可分性。经验风险的选择对降低实际风险具有很大的作用,而经验风险又被参数 σ 所影响,那么选择参数 σ 就得谨慎。由于置信风险随着 VC 维的增加而变小,经验风险随着 VC 维的增加而变大,所以要寻求一个合适的 VC 维使得经验风险和置信风险之和最小,这样就需要找到一个合适的参数 σ 。

1.2 基于 PSO—SVM 的参数选择

按照上述分析,为了能够得到较好的分类性能,提高其泛化能力,必须寻找合适的惩罚系数 C 和核函数参数 σ 。

在过去,对于参数的选择方法有交叉验证法、网格搜索法、经验法,但是这些方法寻找到一个合适的值耗费的时间比较长,效率很低。所以,可以考虑寻找一种更为迅速快捷的优化方式来对参数进行优化。PSO 算法参数少,容易实现,在训练过程中,对种群数量 M 、最大搜索次数 N 等参数的调整非常方便,可以更快地获得优化的参数^[11],因此本文尝试使用 PSO 优化 SVM 分类器的参数。

1.2.1 交叉验证优化支持向量机参数选择

该方法的主要步骤如下:设定参数(C, σ),且

$\lg C \in [-10, 10], \lg \sigma \in [-10, 10]$,且对步长 $\lg 1$ 网格搜索 C 和 σ ;选取全局最小值,进而确定最优参数。其中,

$$MSE = n^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{y \in G_i} (y_i^* - y_i)^2 \quad (3)$$

式中: n 为样本总数; G_i 为以第 i 个样本为验证样本的测试集; y_i 为第 i 个样本实际值; y_i^* 为第 i 样本的 SVM 输出值。

十倍交叉验证就是将一个数据集划分成 10 份,对其中 1 份进行轮流测试,剩余 9 份作为训练集进行训练,最后将 10 次结果的均值作为对算法精度的估计。这种精度测试方法虽然常用,但判断时间相对较长,判断率相对较低。

1.2.2 粒子群优化支持向量机的参数选择

粒子群算法不但能加速惩罚因子 C 和核函数参数 σ 的寻优过程,也能达到较高的精度。为了更好地提高粒子群算法的性能和效率,选择最佳的参数是必不可少的。由于参数对支持向量机算法的性能影响很大,因此,对参数的选择变得非常重要。本文中利用粒子群算法的全局搜索能力和局部搜索能力,可以对支持向量机建模过程中所需要的参数进行合理优化,得到参数的最优解,其算法流程图如下图 1 所示。

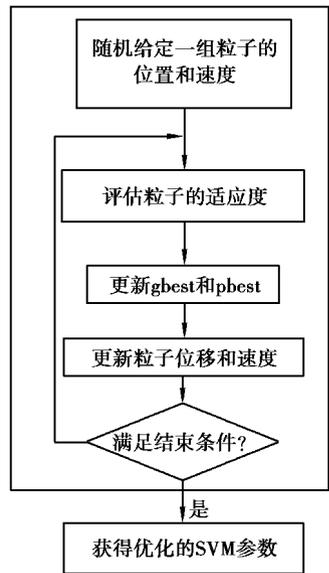


图 1 粒子群优化支持向量机参数流程图

Fig. 1 Flowchart of PSO-SVM parameter analysis

2 岩爆趋势预测

2.1 样本训练

本文收集了国内外 24 组大型地下工程岩爆数

据^[1,11-12],其中19组作为训练样本(表1),5组作为测试样本(表2)。即引入学习样本 (x_i, y_i) ,其中 x_i 是三维向量,表示影响岩爆发生的3个主要因素,即最大切向应力与岩石单轴抗压强度的比值 (σ_θ/σ_c) 、脆性系数 (σ_c/σ_t) 和弹性能量指数 (W_{et}) , y_i 是二维向量,取值是1或者-1,分别代表岩爆发生和不发生。

表1 岩爆预测训练样本输入输出结果

Table 1 Input and output of training data for prediction of rock burst

序号	σ_θ/σ_c	σ_c/σ_t	W_{et}	预测结果	实际情况
1	0.820	18.5	3.80	1	1
2	0.096	23.0	5.70	-1	-1
3	0.106	31.2	7.400	-1	-1
4	0.315	24.1	9.30	1	1
5	0.300	14.1	1.30	-1	-1
6	0.774	17.5	5.50	1	1
7	0.377	28.4	5.00	1	1
8	0.530	15.0	9.00	1	1
9	0.380	17.6	9.00	1	1
10	0.410	29.7	7.30	1	1
11	0.440	26.9	5.50	1	1
12	0.227	27.8	7.80	-1	-1
13	0.357	24.1	5.00	1	1
14	0.340	24.0	6.60	1	1
15	0.360	20.5	5.00	1	1
16	0.270	21.7	5.00	1	1
17	0.32	21.7	5.00	1	1
18	0.38	21.7	5.00	1	1
19	0.42	21.7	5.00	1	1

在粒子群优化算法中,对支持向量机的惩罚因子 C 和高斯核函数的参数 σ 进行优化,其主要参数为:种群大小 $N=20$,粒子维度是2,学习因子 $c_1=1.5$, $c_2=1.7$,最大迭代次数是200,取得优化的参数,获得支持向量分类器对岩爆发生与否进行预测,适应度曲线如图2,表明经过20次左右迭代,达到最佳适应度95%。

训练样本和测试样本的准确率均为100%(表2和表3),预测结果与实际相符,说明该预测模型正确,能够用于岩爆预测中。

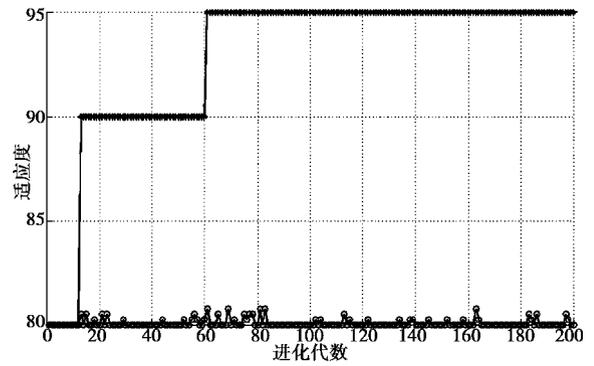


图2 适应度函数曲线(种群数目20)

Fig. 2 Curves for fitness function

表2 岩爆数据测试样本预测结果分析

Table 2 Prediction results for the sampling data of rock burst

序号	σ_θ/σ_c	σ_c/σ_t	W_{et}	预测结果	实际结果
1	0.300	20.4	5.00	1	1
2	0.400	14.0	7.44	1	1
3	0.200	36.0	2.29	-1	-1
4	0.404	15.0	7.08	1	1
5	0.547	11.4	6.43	1	1

2.2 岩爆趋势预测

由于埋深116 m为茅田界隧道低应力区与高应力的临界深度,在埋深116 m至最大埋深553 m的不同埋深收集大量岩石试样,进行单轴抗压试验得到3组岩石单轴抗压强度 σ_c ,其值分别为94.21 MPa,90.95 MPa,87.04 MPa。

在单轴抗压实验中,将试块的应力加载至强度的80%~90%,然后卸载至0,得到其应力应变曲线,通过曲线计算其弹性应变能损耗应变能,通过其比值就可以获得弹性应变系数 W_{et} 。通过计算模型可计算出弹性应变系数分别为2.10、2.20、2.20;现场提供数据可知该范围内的岩石最大切向应力 σ_θ 分别为43.15 MPa、28.19 MPa、20.02 MPa;由于岩石的抗剪强度为 $c=31.25$ MPa, $\varphi=49.26^\circ$,一般岩石的单轴抗拉强度为岩石抗压强度的0.03~0.2倍,而岩石单轴抗拉强度较小,相差不大,故岩石单轴抗拉强度 σ_t 本文可取为3.26 MPa。综上所述,将这些数据进行综合整理如下表3所示。

表3 茅田界隧道变质砂岩的岩爆预测参数
Table 3 Parameters for rock burst prediction of metamorphic sandstones in Maotianjie tunnel

序号	σ_{θ}/σ_c	σ_c/σ_t	W_{et}
1	0.458	28.9	2.10
2	0.310	27.9	2.20
3	0.230	26.7	2.20

利用 PSO-SVM 对在建二广九标茅田界隧道岩爆发生情况进行预测,结合三轴实验、单轴压缩实验数据等(表4),得到实例预测的适应度曲线如图3所示。

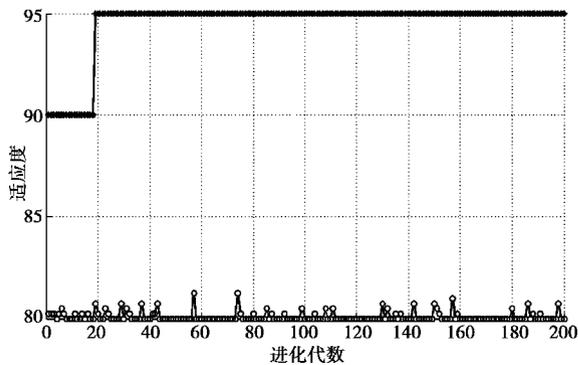


图3 实例预测适应度曲线

Fig.3 Curves of fitness for predicted samples

通过得出的3组数据中可以看出,预测的结果都是-1,从而定量地判断该标段不存在岩爆现象。该隧道的在施工过程中,1号数据采样处发生了轻微的岩爆现象,与按照公路隧道设计规范对该隧道初步判定相符,未发生弹跳性岩爆现象,并未对施工进度以及其他方面造成影响。由于该预测模型并未对发生的岩爆烈度进行分级预测,故而轻微发生岩爆可归为未发生,从而证明该预测结果与茅田界隧道的实际情况基本相符。

3 结 语

笔者从代表性的岩爆判别准则中,选取了最大切向应力与岩石单轴抗压强度的比值(σ_{θ}/σ_c)、脆性系数(σ_c/σ_t)和弹性能量指数(W_{et})3个影响岩爆发生的主要因素作为支持向量分类机的输入参数;利用粒子群算法的全局搜索能力和局部搜索能力,可以对支持向量机建模过程中所需要的参数进行合理优化,得到参数的最优解,建立了 PSO-SVM 岩爆预测模型,得到的最佳适应度是 95%,并

对国内外5个地下工程进行岩爆预测,得到的预测结果与实际结果完全相符,训练样本和测试样本的准确率均为100%,说明建立的 PSO-SVM 预测模型正确,预测结果可信。

本文结合已完成的粒子群算法对支持向量机参数的优化构建 PSO-SVM 模型,对在建二广高速茅田界特长大埋深隧道变质砂岩的岩爆趋势进行了预测。通过得出的3组数据中可以看出预测的结果都是-1,从而定量地判断该标段不存在岩爆现象。

参考文献 (References)

- [1] 王元汉,李卧东,李启光,等. 岩爆预测的模糊数学综合评判方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(5): 493-501. (Wang Yuanhan, Li Wodong, Li Qiguang, et al. Method of fuzzy comprehensive evaluations for rockburst prediction [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(5): 493-501. (in Chinese))
- [2] 杨莹春,诸静. 物元模型及其在岩爆分级预报中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(8): 125-129. (Yang Yingchun, Zhu Jing. A new model for classified prediction of rockburst and its application [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2001, 21(8): 125-129. (in Chinese))
- [3] 姜彤,黄志全,赵彦彦. 动态权重灰色归类模型在南水北调西线工程岩爆风险评估中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(7): 1104-1108. (Jiang Dan, Huang Zhiquan, Zhao Yanyan. Dynamically weighted grey optimization model for rockburst risk forecasting and its application to western route of south-north water transfer project [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(7): 1104-1108. (in Chinese))
- [4] 宫凤强,李夕兵. 岩爆发生和烈度分级预测的距离判别方法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(5): 1012-1017. (Gong Fengqiang, Li Xibing. A distance discriminant analysis method for prediction of possibility and classification of rockburst and its application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(5): 1012-1018. (in Chinese))
- [5] 赵洪波. 岩爆分类的支持向量机方法[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 642-644. (Zhao Hongbo. Classification of rockburst using support vector machine [J]. Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(4): 642-644. (in Chinese))

- [6] 雷松林,郑永来. 基于遗传算法和BP网络的岩爆预测[J]. 地下空间与工程学报,2009,5(2):267-271. (Lei Songlin, Zheng Yonglai. Prediction of rock bursts based on genetic algorithms and BP neural network. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2009, 5(2): 267-271. (in Chinese))
- [7] 何正,李晓红,卢义玉,等. BP神经网络模型在深埋隧道岩爆预测中的应用[J]. 地下空间与工程学报,2008,4(3):494-498. (He Zheng, Li Xiaohong, Lu Zhengyi, et al. Application of BP neural network to the prediction of rockburst in Tongyu Tunneling [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2008, 4(3): 494-498. (in Chinese))
- [8] Wang L. Support vector machines: theory and application [J]. Lecture Notes in computer Science, 2005,302(1):249-257.
- [9] 丁世飞,齐丙娟,谭红艳. 支持向量机理论与算法研究综述[J]. 电子科技大学学报,2011,40(1):1-10. (Ding Shifei, Qi Bingjuan, Tan Hongyan. An overview on theory and algorithm of support vector machines [J]. Chinese Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2011, 40(1): 1-10. (in Chinese))
- [10] 刘昌平,范明钰,王光卫,等. 基于梯度算法的支持向量机参数优化方法[J]. 控制与决策,2008,23(11):1291-1300. (Liu Changyu, Fan Mingyu, Wang Guangwei, et al. Optimizing parameters of support vector machine based on gradient algorithm [J]. Control and Decision, 2008, 23(11): 1291-1300. (in Chinese))
- [11] 许飞,徐卫亚. 岩爆预测的粒子群优化投影寻踪模型[J]. 岩土工程学报,2010,32(5):718-723. (Xu Fei, Xu Weiya. Projection pursuit model based on particle swarm optimization for rock burst prediction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(5):718-723. (in Chinese))
- [12] 宫凤强,李夕兵,张伟. 基于Bayes判别分析方法的地下工程岩爆发生及烈度分级预测[J]. 岩土力学,2010,31(增1):370-376. (Gong Fengqiang, Li Xibing, Zhang Wei. Rockburst prediction of underground engineering based on Bayes discriminant analysis method [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 31(Supp.1): 370-376. (in Chinese))

(上接第347页)

- [7] 燕仲彧,童小东,周妙妙. 掺萘系高效减水剂水泥土室内试验研究[J]. 地下空间与工程学报,2009,5(5):920-923. (Yan Zhongyu, Tong Xiaodong, Zhou Miaomiao. Experiment of Cement-stabilized soil mixed high efficient Naphthalene water reducing agent in laboratory [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2009,5(5):920-923. (in Chinese))
- [8] 冯志超,朱伟,张春雷,等. 黏粒含量对固化淤泥力学性质的影响[J]. 岩石力学与工程学报,2007,26(增1):3052-3057. (Feng Zhichao, Zhu Wei, Zhang Chunlei, et al. Influence of clay content on mechanical properties of solidified silt [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(Supp.1): 3052-3057. (in Chinese))
- [9] 赵霞. 粉质粘土和粘土无侧限抗压强度相关关系研究[J]. 地下空间与工程学报,2013,9(增1):1516-1519. (Zhao Xia. Study on correlation of unconfined compressive strength for silty clay and clay [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013, 9(Supp.1): 1516-1519. (in Chinese))
- [10] 张晓峰,吕良海,白永强,等. 城市地下空间模糊综合评价方法研究[J]. 地下空间与工程学报,2012,8(1):8-13. (Zhang Xiaofeng, Lü Lianghai, Bai Yongqiang, et al. Research on the fuzzy comprehensive evaluation method of urban underground space [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012,8(1):8-13. (in Chinese))
- [11] 陈自海,陈建军,杨建辉. 基于模糊层次分析法的盾构隧道施工风险分析[J]. 地下空间与工程学报,2013,9(6):1427-1432,1464. (Chen Zhihai, Chen Jianjun, Yang Jianhui. Risk analysis of tunnel shield machine driving in construction process based on fuzzy AHP [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013,9(6):1427-1432,1464. (in Chinese))
- [12] 王本德. 水电系统规划、管理决策方法论[M]. 北京: 中国电力出版社,1997. (Wang Bende. Decision methodology of hydrology system planning and management [M]. Beijing: China Power Press, 1997. (in Chinese))