

基于极限平衡法的边坡稳定性可靠度分析^{*}

王旭^{1,2}, 刘东升³, 宋强辉^{1,2}, 覃小华^{1,2}

(1. 后勤工程学院 土木工程系, 重庆 400041; 2. 岩土力学与地质环境保护重庆市重点实验室 (后勤工程学院), 重庆 401311; 3. 重庆市地质矿产勘查开发局, 重庆 400039)

摘要:传统方法对边坡稳定性进行分析时,不能定量考虑土体参数随机性、变异性的影响。为更好地对边坡稳定性进行评价,本文基于传统边坡稳定性计算方法,同时考虑参数的变异性和分布类型的差异,利用蒙特卡洛模拟技术,编制了相应程序。针对某匀质边坡,利用 Fellenius 法、Bishop 法、Janbu 法和 Morgenstern-Price 法进行破坏概率计算。结果表明,安全系数大于 1 时,边坡仍有破坏的可能,边坡稳定性对参数变异性的敏感度不同,参数变量分布类型也会对边坡稳定性评价结果产生影响。利用可靠度方法得到的可靠度指标、破坏概率等指标,能够定量地描述各参数变异性对边坡稳定性的影响。因此,可以将可靠度的方法和确定性的方法相结合,对边坡的稳定性进行描述,为滑坡风险的评估提供参考依据。

关键词:边坡稳定性;极限平衡法;蒙特卡洛法;参数变异性;参数分布

中图分类号: TU457 文献标识码: A 文章编号: 1673-0836(2016)03-0839-06

Slope Stability Reliability Analysis Based on Limit Equilibrium Methods

Wang Xu^{1,2}, Liu Dongsheng³, Song Qianghui^{1,2}, Qing Xiaohua^{1,2}

(1. Department of Military Civil Engineering, Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 400041, P. R. China; 2. Chongqing Key Laboratory of Geomechanics & Geoenvironment Protection (Logistical Engineering University), Chongqing, 401311, P. R. China; 3. Chongqing Bureau of Geology and Mineral Exploration, Chongqing 400039, P. R. China)

Abstract: The traditional methods of evaluating the slope stability can't consider quantitatively the influence of soil parameter randomness and variability. To better evaluate the slope stability, the limit equilibrium analysis method based on Monte-Carlo simulation, considering the variability and probability distribution of parameters, is programmed to evaluate the reliability of the slope stability. In view of a homogeneous slope, the Fellenius method, Bishop method, Janbu method and Morgenstern-Price method based on Monte-Carlo simulation are chosen to calculate the failure probability. Calculation results show that there is still the possibility of damage when the slope safety factor is greater than 1, and the parameter variation, parameter variables distribution will also be a certain influence on slope stability evaluation results. Reliability index and failure probability index can be used to describe quantitatively the effects of parameter variation on the slope stability. Therefore, the results of reliability methods and deterministic methods can be together used to describe the slope stability, and can be provided as the reference for landslide risk assessment.

Keywords: slope stability; limit equilibrium method; Monte-Carlo simulation; parameter variability; parameter distribution

^{*} 收稿日期: 2015-10-15 (修改稿)

作者简介: 王旭 (1987-), 男, 四川巴中人, 硕士生, 主要从事可靠度理论及在岩土工程中的应用研究。

E-mail: yishiju@126.com

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目 (No.51408603)、村镇建设防灾减灾四川省高等学校工程研究中心开放基金项目 (2014-02)、重庆市基础与前沿研究一般项目 (cstc2013jcyjA00010)

1 引 言

边坡的稳定性分析一直是岩土工程研究中的重要问题。随着我国经济的快速发展,因边坡失稳产生的问题在房建、公路、铁路、隧道、水利等建设工程中的影响越来越凸显。目前,进行边坡稳定性分析主要有传统的极限平衡法和随着计算机技术发展起来的数值计算等方法。在工程实践中,传统的极限平衡法原理简单,其精度可以满足大多数工程的需要,而且是经过长期工程实践被证明了的有效的计算方法因而被广泛使用。常用的极限平衡分析的主要方法有:Fellenius 法、Bishop 法、Janbu 法、Morgenstern-Price 法、Spencer 法、Sarma 法、平面直线法、推力传递系数法等^[1]。

但是,采用极限平衡法进行边坡稳定性分析时,这些方法都是将影响边坡稳定的各因素的值为定值进行计算,最后得出一个确定的安全系数,这显然还有待改进。事实上,边坡土体的土性参数、状态、构造结构等因素均具有一定的随机性、变异性,这些因素均随空间变化而变化。因而,在进行边坡稳定性分析时,引入可靠性分析方法就可以考虑参数随机性、变异性对边坡稳定性的影响,解决确定性计算方法未能考虑参数随机性、变异性的问题^[2,3]。目前,一次二阶矩法、随机有限元法、概率矩点估计法(又称 Rosenblueth 法)、蒙特卡洛随机模拟方法等都是比较常用的可靠性分析方法^[4]。其中,蒙特卡罗法思路简单清晰,结果收敛与否跟极限状态函数的非线性、变量分布的非正态性无关,适用于普遍情况,并且计算过程可以借助编制程序进行,因而在工程分析中被广泛应用^[5,6]。

本文基于 Fellenius 法、Bishop 法、Janbu 法和 Morgenstern-Price 法 4 种极限平衡分析方法,对某边坡运用蒙特卡洛模拟进行可靠性分析,对比分析 4 种情况下边坡因土性参数变异性和参数分布类型变化时可靠度指标和破坏概率的差异和特点,为滑坡风险评估提供参考依据。

2 极限平衡法

2.1 概 述

极限平衡法^[7,8]是进行边坡稳定分析的经典方法。该方法是以 Mohr-Coulomb 强度理论为基础,并将边坡视为刚体,在求解安全系数时首先假设滑面,在滑面以上将滑块体分为竖向条块,然后

以每个条块为分析对象,建立静力平衡方程组,求解条块上的作用力,最后求得安全系数。边坡条块划分及条块受力如图 1 所示。

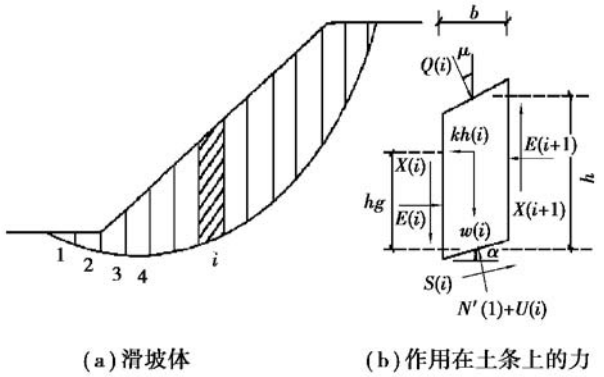


图 1 边坡条块划分及条块受力示意图^[9]

Fig.1 Depicts forces acting on a tapical slice^[9]
注:土条重量 W_i ;条块上外荷载 Q_i ;地震力系数为 K_{hi} ;条间合力的水平分量 E_i ,竖向分量 X_i ;底面法向力和切向力 N_i 和 S_i ;孔隙压力 U_i 。

建立静力平衡方程组进行边坡稳定性分析时,根据不同的假设条件,极限平衡法分为不同的方法,本文选择 Fellenius 法、Bishop 法、Janbu 法和 Morgenstern-Price 法进行讨论,如表 1 所示。

表 1 极限平衡法比较表^[9]

方 法	平衡条件				滑裂面形式
	整体力矩	条块力矩	垂直力	水平力	
Fellenious 法	√	×	×	×	圆弧
Bishop 法	√	×	√	×	圆弧
Janbu 法	√	√	√	√	任意
M-P 法	√	√	√	√	任意

2.2 Fellenious 法

Fellenious 法(瑞典法)是最早出现的稳定性分析方法,该方法假设滑裂面为圆弧形,并假定各土条条间作用力合力平行于土条底面。安全系数:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c'_i b_i \sec \alpha_i + (W_i \cos \alpha_i - U_i b_i + k_h W_i \sin \alpha_i) \tan \varphi'_i]}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i + \sum_{i=1}^n k_h W_i (\cos \alpha_i - \frac{h_g}{R})}$$

(1)

2.3 Bishop 法

Bishop 法(毕肖普法)也假设滑裂面为圆弧形,并假定土条条间作用力合力水平,利用力矩平衡条件求解。通过迭代求解安全系数:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c'_i b_i \sec \alpha_i + \frac{\tan \varphi'_i}{m_{\alpha_i}} (W_i - \frac{c'_i b_i \tan \alpha_i}{F_s} - U_i b_i \cos \alpha_i + Q_i \cos \mu_i)]}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Q_i \cos \mu_i) \sin \alpha_i - Q_i \sin \mu_i (\cos \alpha_i - \frac{h}{R}) + k_h W_i (\cos \alpha_i - \frac{h_g}{R})]}$$

(2)

式中： $m_{\alpha_i} = \cos \alpha_i + \frac{\tan \varphi'_i \sin \alpha_i}{F_s}$ 。

2.4 Janbu 法

简布法同时满足力和力矩平衡条件。该方法

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \left[c'_i b_i \sec \alpha_i + \frac{\cos \alpha_i \tan \varphi'}{m_{\alpha_i}} (W_i - \frac{c'_i b_i \tan \alpha_i}{F_s} - U_i b_i \cos \alpha_i + Q_i \cos \mu_i) \right]}{\sum_{i=1}^n U_i b_i \sin \alpha_i + W_i k_h - Q_i \sin \mu_i + \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{m_{\alpha_i}} (W_i - \frac{c'_i b_i \tan \alpha_i}{F_s} - U_i b_i \cos \alpha_i + Q_i \cos \mu_i)}$$

(3)

2.5 Morgenstern-Price 法 (M-P 法)

Morgenstern-Price 法要建立两个正交方向的力和力矩的平衡方程,对滑面形状没有限制。运用该方法求解时要假设条间竖向力 X 和水平力 E 之间满足函数关系式 $X_i = \lambda f(x) E_i$,通过设置 λ 和 F_s 的初始值,对每一条块逐条进行迭代计算,直到满足所有平衡方程,求得安全系数。

3 蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛模拟法 (Monte Carlo Simulation),又称统计实验方法或者随机模拟方法,是一种以数学统计原理为基础,利用随机抽样方法评估风险因素发生概率的一种概率统计方法^[5]。具体针对边坡稳定性问题,蒙特卡洛模拟法基本步骤如下:

首先,建立关于安全系数的极限状态函数^[10]:

$$Z = F(X) = F(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0$$

(4)

式中: x_1, x_2, \cdots, x_n 等都是与边坡稳定性有关的随机变量,如容重、内摩擦角、粘聚力、孔隙水压力、地震加速度等,据统计,这些随机变量中的大部分都服从正态分布或者对数正态分布。

然后,求变量随机数。先在区间 $[0,1]$ 上产生 n 组均匀分布的随机数,然后将均匀分布随机数变换为给定分布的随机数,最后将产生的随机数代入极限状态函数。其中有 m 组极限方程小于 0,根据伯努利大数定理,此时的频率已经近似于概率,边坡的失效概率为:

$$P_f = P(F \leq 0) = \frac{m}{n}$$

(5)

蒙特卡洛法的随机变量抽样方法如下:

(1)产生均匀分布随机数有取中法、加同余法、乘同余法、混合同余法和组合同余法等,本文采用混合同余法。均匀分布随机数递推公式为:

假设滑面上的抗剪强度与土条的切向力相等,土条条间作用力合力平行于底面,且位置距离滑面底部 1/3 处。安全系数按式(3)计算:

$$x_{i+1} = (ax_i + b) \pmod{M}$$

$$r_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{M}$$

(6)

式中: x_0, a, b, M 是正整数, c 与 M 互为质数,若 M 能被 4 整除,则 $a-1$ 也能被 4 整除。

(2)正态分布随机数产生。设 r_i 和 r_{i+1} 是 $[0, 1]$ 上均匀分布的相互独立的随机变量,则可用下列变化得到标准正态分布 $N(0,1)$ 的相互独立的两个随机数 x_i^* 和 x_{i+1}^* :

$$x_i^* = \sqrt{-2 \ln r_i} \cos 2\pi r_{i+1}$$

$$x_{i+1}^* = \sqrt{-2 \ln r_i} \sin 2\pi r_{i+1}$$

(7)

随机变量 x 服从一般正态分布 $N(\mu_x, \sigma_x^2)$ 时,其随机数 x_i^* 和 x_{i+1}^* 变成:

$$x_i = x_i^* \sigma_x + \mu_x$$

$$x_{i+1} = x_{i+1}^* \sigma_x + \mu_x$$

(8)

随机变量 X 服从对数正态分布时,则随机变量 $Y = \ln X$ 服从正态分布。 Y 的标准差和变异系数可以由 X 的标准差和变异系数求得:

$$\sigma_y = \sqrt{\ln(1 + \sigma_x^2)}$$

$$\mu_y = \ln\left(\frac{\mu_x}{\sqrt{1 + \delta_x^2}}\right)$$

(9)

然后根据正态分布随机数产生的方法求得 Y 的随机数 y_i ,则 x_i 服从对数正态分布的随机数为 $x_i = \exp(y_i)$ 。

4 边坡稳定性可靠度计算

基于极限平衡法运用蒙特卡洛模拟进行边坡稳定性可靠度计算基本步骤如下:

- (1)根据不同的方法,构建极限状态方程;
- (2)将土体的抗剪强度指标粘聚力 c 与内摩

擦角 φ 作为随机变量,确定随机变量的均值、方差及分布类型;

(3)生成服从随机变量分布规律的一系列随机数组;

(4)将随机数组代入极限状态函数,重复计算,求出边坡的失稳概率;

(5)检查失稳概率的稳定性,必要时增加抽样次数 n ,按照第(4)步的计算方法计算增加抽样次数后的失稳概率,直到结果趋于稳定。破坏概率计算流程如图 2 所示。

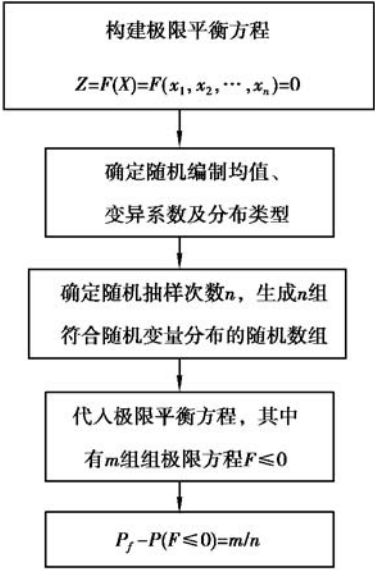


图 2 破坏概率计算流程

Fig. 2 Flow chart of failure probability calculation

5 算例分析

5.1 计算模型

某匀质边坡,土粘聚力 c 为 6 kPa,内摩擦角 φ 为 21° ,重度 γ 为 17.64 kN/m^3 ,其几何尺寸如图 3 所示。

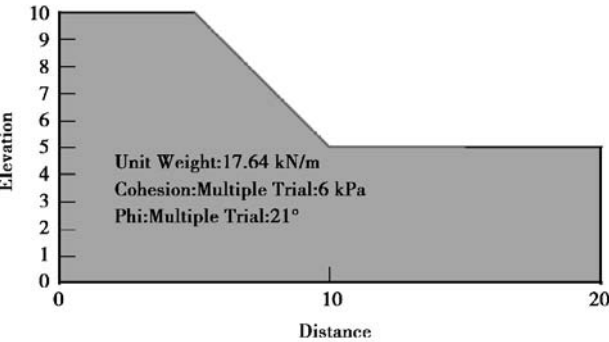


图 3 匀质边坡截面及土性参数

Fig. 3 Section and parameters of the homogeneous slope

不同极限平衡分析方法可计算得到对应的关键滑面和条分情况,因篇幅所限,本文仅列出利用 Morgenstern-Price 法计算时的关键滑面和条分情况,如图 4 所示。

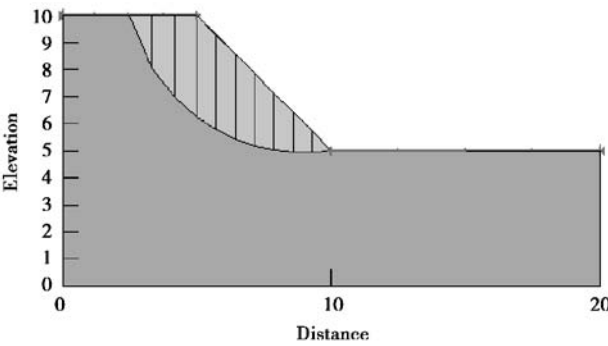


图 4 匀质边坡条块划分

Fig.4 Slice of the homogeneous slope

在给定参数情况下,利用定值计算得出安全系数如表 2 所示。

表 2 极限平衡法安全系数

Table 2 Limit equilibrium method of safety factor				
分析方法	Fellenious 法	Bishop 法	Janbu 法	M-P 法
安全系数	1.04	1.092	1.026	1.087

5.2 参数变异性的敏感度分析

针对该匀质边坡,参考相关文献^[7],假设变量变异系数的范围为: c 、 φ 变异系数范围为 $[0.05-0.3]$,各参数的均值及变异系数取值范围如表 3 所示。

表 3 土性参数统计特征值

Table 3 The statistical characteristic values of soil parameters							
土性参数	均值	变异系数					
粘聚力 c	6 kPa	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
内摩擦角 φ	21°	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3

根据参数不同的变异系数,对 4 种极限平衡分析法采取蒙特卡洛模拟进行边坡稳定性可靠度分析,其中假设 c 、 φ 为随机变量,均服从正态分布。根据相关研究,当不考虑 c 、 φ 的相关性时,求得的结果偏于保守^[2],为方便研究,本文暂不考虑 c 与 φ 的相关性。

首先假设 φ 为定值,当 c 变异系数在 $[0.05-0.3]$ 范围内变化时,求得边坡的破坏概率,结果如

图 5(a) 所示;然后假定 c 为定值, φ 变异系数在 $[0.05 \sim 0.3]$ 范围内变化时,求得边坡的破坏概率,结果如图 5(b) 所示。

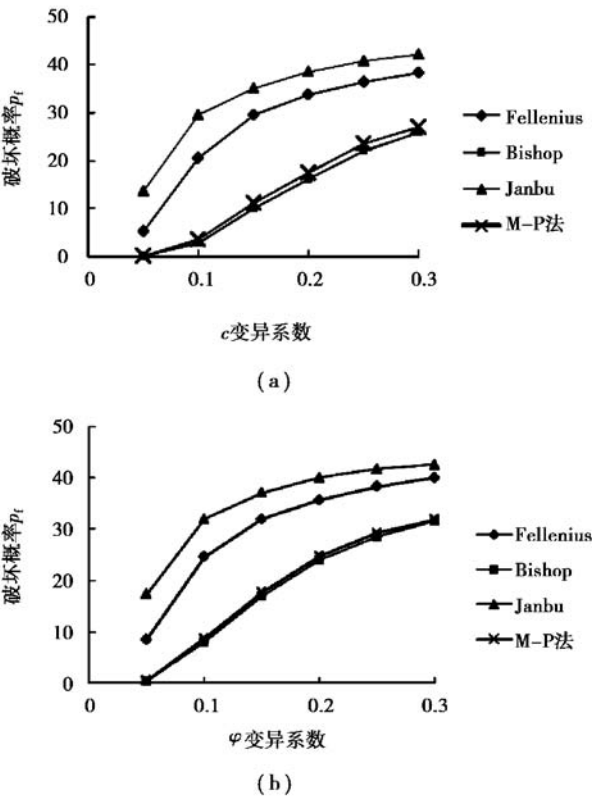


图 5 破坏概率-变异系数曲线

Fig. 5 The damage probability vs. variation coefficient curve

从图 5 可以看出,随着 c (或 φ) 变异系数逐渐增大,几种极限平衡法求得的破坏概率均逐渐增大,表明破坏概率随参数变系数增大而增大。当 c (或 φ) 变异系数在同一水平时,分析计算的方法不同,求得的破坏概率数值也有一定的差异,其中,运用 Janbu 法求得的破坏概率为几种方法中最大值,其后为 Fellenius 法和 Morgenstern-Price 法, Bishop 法最小。

对比图 5(a) 和 (b) 可知, c 、 φ 的变异性对边坡稳定性影响的程度不同。 φ 变异系数从 0.05 增大到 0.3 时,破坏概率增大的幅度比 c 变异系数从 0.05 增大到 0.3 时大,也就是说, φ 的变异性对边坡稳定性的影响程度大于 c 的变异性的影响,边坡稳定性对 φ 变异性更敏感。

5.3 参数分布类型的敏感度分析

为研究参数分布类型对边坡稳定性可靠度的影响,本文仍然选取 4 种极限平衡法,对比分析 c 、 φ 分别为正态分布和对数正态分布时边坡在不同参数变异性影响下的破坏概率,计算结果如图 6

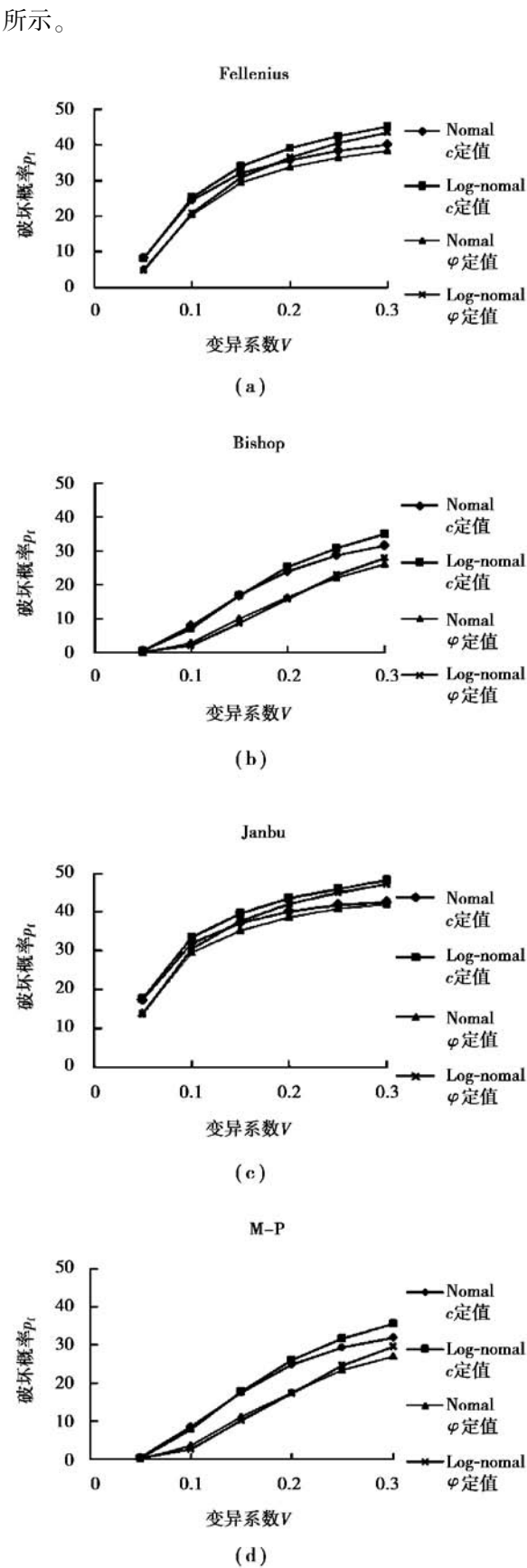


图 6 破坏概率-变异系数曲线

Fig. 6 The damage probability vs. variation coefficient curve

从图 6 可以看出,在 4 种方法情况下,随着 c (或 φ) 变异系数的增大,变量为正态分布和对数正态分布所求得的破坏概率均逐步增大。对比图 6,当 c 、 φ 变异性较小时,同一变异性水平,两种分布计算得到的破坏概率比较接近,但是当变异系数增大到 0.3 时,变量为对数正态分布的破坏概率明显大于变量为正态分布的破坏概率,破坏概率增大幅度更大,亦即参数为对数正态分布时,边坡稳定性对参数变异性更敏感。同时,通过对比可知,对数正态分布时 c 、 φ 的变异性对边坡稳定性影响的程度亦不同,边坡稳定性对 φ 变异性更敏感,这与正态分布时结果一致。

6 结 论

(1) 运用可靠度的方法对边坡进行可靠度分析,可以考虑岩土参数的随机性、变异性等因素,定量地分析各参数变异性对边坡稳定性的影响。因此,可以将可靠度的方法和确定性的方法相结合,对边坡的稳定性进行描述。运用传统极限平衡法计算得到的边坡安全系数大于 1 时,边坡仍然有破坏的可能性,当变异系数为 0.3 时,边坡的破坏概率可达到 40% 左右。

(2) 不同的极限平衡分析模型,求得的边坡破坏概率有一定差异。在同一变异性水平下,运用 Janbu 法求得的破坏概率为几种方法中的最大值,其后为 Fellenius 法和 Morgenstern-Price 法, Bishop 法最小。

(3) c 、 φ 变异性对边坡稳定性影响的程度不同。参数变量分布为正态分布和对数正态分布时, φ 变异性对边坡稳定性的影响程度大于 c 变异性的影响,即边坡稳定性对 φ 变异性更敏感。

(4) 参数变量为正态分布或者对数正态分布,当参数变异系数较小时,二者边坡破坏概率比较接近;当变异系数较大时,二者破坏概率出现较大差异,即当土体强度参数变异系数较大时,对数正态分布对破坏概率影响更大。

参考文献(References)

[1] 何淑军,张春山,吴树人,等. 基于蒙特卡洛法的多级黄土滑坡可靠性分析[J]. 地质通报, 2008, 11(27): 1822-1831. (He Shujun, Zhang Chunshan, Wu Shuren, et al. Reliability analysis of the Multi-layer landslide based on the Monte-Carlo simulating method[J]. Geological Bulletin of China, 2008, 11(27): 1822-1831. (in Chinese))

[2] 严春风,刘东燕,张建辉. 岩土工程可靠度关于强度

参数分布函数概型的敏感性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(1): 36-39. (Yan Chunfeng, Liu Dongyan, Zhang Jianhui. The susceptibility analysis of reliability for the probability distribution types of parameters in strength criterion [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(1): 36-39. (in Chinese))

[3] 陈立宏,陈祖煜,刘金梅. 土体抗剪强度指标的概率分布类型研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 38-45. (Chen Lihong, Chen Zuyu, Liu Jinmei. Probability distribution of soil strength [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(1): 38-45. (in Chinese))

[4] 高谦,吴顺川,万林海,等. 土木工程可靠性理论及其应用[M]. 北京:中国建材工业出版社,2007. (Gao Qian, Wu Shunchuan, Wan Linhai, et al. Civil engineering reliability theory and application [M]. Beijing: China Building Materials Press, 2007. (in Chinese))

[5] 赵寿刚,兰雁,沈细中,等. 蒙特卡洛法在土质边坡可靠性分析中的应用[J]. 人民黄河, 2006, 28(5): 65-66, 73. (Zhao Shougang, Lan Yan, Sheng Xizhong, et al. The Monte Carlo method in the application of the reliability analysis of soil slope[J]. Yellow River, 2006, 28(5): 65-66, 73. (in Chinese))

[6] 许英姿,余宏明,唐辉明. 蒙特卡洛法在某厂区土坡稳定性评价中的应用[J]. 水文地质工程, 2002(2): 49-52. (Xu Yingzi, Yu Hongming, Tang Huiming. The Monte-Carlo method applied in the slope stability evaluation in a certain factory [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2002(2): 49-52. (in Chinese))

[7] 谢桂华. 岩土参数随机性分析与边坡稳定可靠度研究[D]. 长沙:中南大学, 2009. (Xie Guihua. Stochastic analysis of Geotechnical parameter and study on stable reliability of slope [D]. Changsha: Central South University, 2009. (in Chinese))

[8] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理. 方法. 程序[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2003. (Chen Zuyu. Soil slope stability analysis- theory, methods and programs [M]. BeiJing: China Water & Power Press, 2003. (in Chinese))

[9] Abdallah I, Husein M, Ealeed F. Hassan, Fayed A. Abdulla. Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability[J]. Structural Safety, 2000, 22 161-187.

[10] 吴应祥,刘东升,宋强辉. 基于 ANSYS 概率设计系统的边坡稳定概率分析[J]. 地下空间与工程学报, 2008, 6(4): 1048-1051. (Wu Yingxiang, Liu Dongsheng, Song Qianghui, et al. The reliability analysis of slope stability based on the ANSYS probabiliy design system [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering , 2008, 6(4): 1048-1051. (in Chinese))